

## 경기변동과 전력발전량

김 석 종\* · 김 인 무\*\*

### 논문초록

본 논문에서는 전력발전량으로부터 경기변동에 관한 정보를 실시간으로 측정할 수 있는지 시간변형함수 기법을 통하여 분석하여 보았다. 시간변형함수 기법을 통한 시차분석이 경기변동의 비선형 패턴을 분석하는데 적합한지 알아보기 위하여 실질 GDP와 경기종합지수와 시차관계를 우선적으로 분석해 보았다. 동태적 시간변형함수 추정법과 이정표 추정법 및 프로크루스테스 추정법을 이용하여 시간변형함수를 각각 추정한 결과 통계청에서 발표하는 경기종합지수의 선행성과 동행성에 관한 통계청의 작성의도와 시간변형함수 추정결과가 일관성을 가지는 것으로 나타났다. 이어서 실질 GDP의 비선형 경기변동 패턴에 대하여 산업생산지수와 전력발전량이 선행성 혹은 동행성을 가지는지 시간변형함수를 통하여 추정하여 보았다. 산업생산지수의 경우 실질 GDP와 동행성을 가지는 것으로 추정결과가 나타났으나, 작성시점과 발표시점 간의 시차가 존재하여 즉각적인 경기동향을 보이지는 못하였다. 한편 즉각적인 합산이 가능한 전력발전량의 경우 시간변형함수의 추정 결과에 따르면 2000년 이후 실질 GDP와 동행성이 뚜렷한 것으로 나타났다. 실질 GDP와 동행성이 뚜렷한 전력발전량은 경기종합지수 및 산업생산지수와 달리 작성시점과 발표시점의 시차가 존재하지 않기 때문에 경기변동에 대한 즉각적인 정보를 반영하는 지표로 활용가능성이 높다는 점을 시사하고 있다.

핵심 주제어: 경기변동, 전력발전량, 시간변형함수

경제학문헌목록 주제분류: C4, E3

투고 일자: 2013. 9. 5. 심사 및 수정 일자: 2013. 10. 30. 게재 확정 일자: 2013. 12. 6.

\* 성균관대학교 경제학과 대학원 박사과정, e-mail: dongdary@skku.edu

\*\* 교신저자, 성균관대학교 경제학과 교수, e-mail: inmookim@skku.edu

## I. 서론

본 논문에서는 전력발전량으로부터 경기변동에 관한 정보를 실시간으로 측정할 수 있는지 시간변형함수를 통하여 분석하여 보았다. 주기성을 가지고 비선형함수 형태로 변화하는 경기변동을 효과적으로 파악하기 위해 여러 경기변동지표들이 고안되어 발표되고 있다. 가장 대표적인 경기변동 지표로는 경기종합지수와 산업생산지수를 들 수 있다. 경기종합지수 및 산업생산지수는 실질 GDP의 변화로 나타나는 경기변동에 대하여 특정 시차를 두고 나타나도록 고안되었기 때문에 지수에 따라 선행성 및 동행성이 나타나게 된다. 그러나 경기종합지수와 산업생산지수가 경기변동에 따른 실질 GDP의 변동을 효과적으로 나타낸다 하더라도, 지수의 작성시점과 발표시점 간에 시차가 존재하기 때문에 경기변동에 관한 즉각적인 정보를 보여주지는 못한다. 이에 반해 전력발전량은 즉각적인 합산이 가능한 경제 변수로 경기상황에 관한 정보가 실시간으로 반영되어 있다. 그러나 전력발전량의 변동이 실질 GDP의 경기변동과 어느정도 시차를 가지는지에 관한 분석이 되어있지 않아 경기변동지표로 사용하는데 한계가 있었다. 본 논문에서는 전력발전량과 실질 GDP와의 동태적 관계를 시간변형함수 기법으로 분석하여 두 변수간의 선행성 및 동행성에 관한 시차를 추정하여 보이고 전력발전량이 경기변동 지표로 사용될 수 있는지 유용성에 관해 논의하였다.

경기변동을 측정하는 지표로 가장 널리 사용되는 경기종합지수는 경기변동을 측정하기 위한 통계적 지표로서 제프리 무어(Geoffrey H. Moore) 교수가 설립한 미국의 ECRI(Economic Cycle Research Institute) 연구소에서 1958년부터 발표해 오고 있다. 현재 한국을 비롯한 미국, 일본, 대만, 캐나다 등에서 경기종합지수를 작성하여 발표하고 있지만, GDP를 추계하는 국민계정 작성기준과 달리 경기종합지수를 위한 국제적인 작성기준이 정해져 있지는 않다. 한국에서는 1980년 통계청이 경기종합지수를 개발하여 매달 선행, 동행, 후행 지수로 구분하여 발표하고 있다. 경기종합지수가 경기동향을 파악하는데 적합한지에 관해서는 다양한 연구가 있어 왔으며(김신호, 1998; 양준모, 1999; 신기일, 2007; 양준모·최진석, 2008) 통계청은 경기종합지수의 품질을 높이기 위하여 8차례 개편을 통하여 경기종합지수의 정확도를 높이고자 노력하고 있다(통계청, 2012). 그러나 경기종합지수의 작성시점과 발표시점 사이에는 1개월 혹은 그 이상의 시차가 존재한다.

산업생산지수는 한국표준산업분류에 의한 광업, 제조업, 전기 가스업의 월별 생산량을 기준으로 작성하여 실물경기동향을 신속하게 파악하고자 하는 목적으로 통계청이 작성하여 발표한다. 매월 발표되는 산업생산지수는 잠정치로서 2개월 후에 확정치로 수정되며, 매년 초(2월경) 지수에 대한 연간 보정작업을 하여 전년도 12개월의 원지수를 수정하게 된다. 산업생산지수는 대표성이 높고, 정확도가 높은 경제지표이나, 비교년도의 가중치로 기준년도의 가중치를 이용하는 라스파이레스 방식으로 작성되므로 기준년도와 멀어질수록 산업구조변화에 따른 현실과의 괴리가 발생하는 단점을 가지게 된다.

경기종합지수와 산업생산지수와는 달리 전력발전량은 경기변동을 측정하기 위해 고안된 지표가 아니고 특정 기간 동안 생산된 전력의 합으로 집계된다. 현대사회에서 경제활동을 하는 가계, 기업, 정부, 공공부문 등 전기를 사용하지 않는 경제 주체는 없다고 해도 과언이 아니다. 생산된 전력은 경제활동에 참여하는 경제주체에 의해 소비되며, 소비된 전력 사용량은 전력수요량으로 집계가 된다. 따라서 전력수요량에는 경제활동 상황이 실시간으로 반영된다. 비록 전력수요량에는 경제활동 상황뿐 아니라 기온 변화, 수요관리, 전력요금 정책 등 경제 환경의 변화도 반영되지만, 기본적으로 전력수요량에는 모든 경제주체의 경제활동이 즉각적으로 반영되어 경기변동과 밀접한 관련을 가진다고 볼 수 있다. 그러나 전력수요량이 실질 GDP의 변화로 나타나는 경기변동과 어느 정도의 시차를 두고 나타나는지 분석되지 않았다. 전력수요량이 실질 GDP의 경기변동에 나타난 주기성과 밀접한 관련을 가지고 지속적으로 변동한다면, 경기종합지수와 산업생산지수의 작성시점과 발표시점 사이에 존재하는 시차를 극복할 수 있는 대안으로 사용될 수 있을 것이다.

그러나 경제에 참여하는 모든 경제주체의 전력 수요량을 집계하는 데는 시차가 존재한다. 전력수요량은 보통 일 개월이 지난 후 사용한 전력량에 대하여 부과되는 전기요금을 통하여 측정되기 때문에 전력수요량, 보다 엄밀하게 전력판매량은 당월의 경제활동이 아니라 전월의 경제활동을 포함한다고 볼 수 있다. 하지만 전력수요량은 전력판매량의 측정을 통하지 않고 전력공급량인 전력발전량의 합계로 측정할 수 있다. 즉 전력에는 수요와 공급의 차이로 나타나는 재고의 개념이 없기 때문에 전력의 수요와 공급이 항상 즉각적으로 일치된다고 볼 수 있다. 물론 전력예비율, 송전 등에 따르는 전력손실 등으로 인한 전력수요량과 전력발전량간의 차이는 있을 수 있지만, 전체 전력수요량과 전체 전력발전량은 매우 높은 상관관계를 가진다.

따라서 전력수요량을 전력판매량이 아닌 전력발전량으로 측정하면 당월의 경제활동에 대한 정보가 즉각적으로 반영되어 있다고 볼 수 있다. 본 논문에서는 전력발전량이 당월의 경제활동에 관한 정보를 즉각적으로 반영하고 있을 뿐 아니라 실질 GDP의 경기변동과 일정한 시차를 두고 변한다는 가설을 시간변형함수의 추정을 통하여 실증적으로 분석하고 경기종합지수와 산업생산지수의 분석결과와 비교하여 경기변동의 지표로의 활용 가능성을 분석하였다.

전력수요와 GDP 간의 관계는 거시적 경제정책과 에너지 정책에 매우 중요한 의미를 가지기 때문에 경제학적 인과관계를 규명하기 위하여 다양한 연구가 진행되어 왔다. Ferguson 외(2000)에서는 100개 이상의 국가를 대상으로 에너지 소비와 경제발전과의 상관관계 분석을 통하여 후진국보다 선진국에서 에너지 소비와 경제발전 간의 상관관계가 높다는 것을 발견하였다. 이외에도 국가별 경제발전과 에너지 소비 사이에 인과관계 분석 및 장기균형관계에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다. Murry and Nan(1994)은 1970년부터 1990년까지 자료를 이용하여 한국을 포함한 15개 국가의 그랜저 인과관계 검증을 통하여, 한국의 전력소비량과 GDP 사이에는 상호 인과관계가 있는 것으로 보고하였으며,<sup>1)</sup> Yang(2000)은 1954년부터 1997년까지 자료를 이용하여 대만의 에너지 소비와 GDP 사이에 상호 그랜저 인과관계가 존재한다는 것을 보였다. 또한 Aqeel and Butt(2001)는 1955년부터 1996년까지 파키스탄의 경우 Hsiao의 최적 시차모형을 이용한 그랜저 인과관계 검정을 통하여 에너지소비 증가가 파키스탄의 소득 증가를 그랜저 인과하는 것을 보였다. Ghosh(2002)는 1950년부터 1997년까지 연별 자료를 이용한 인도의 전력 소비와 경제성장사이의 그랜저 인과관계 검증을 통하여 경제성장이 전력소비를 그랜저 인과하는 것을 보였으며, Jumbe(2004)는 1970년부터 1990년까지 자료를 이용하여 말라위의 전력소비와 GDP 사이의 그랜저 인과관계 및 공적분 검증을 통하여 GDP와 전력소비 사이에는 장기 균형관계가 존재하며, 말라위 비농업부문의 GDP가 전력소비를 그랜저 인과하는 것을 보였다. Yoo(2005)는 한국의 경우 전력소비와 경제성장 사

1) 구체적인 실증분석 결과에 따르면 그랜저 인과관계 없는 국가는 인도, 필리핀, 잠비아이며, 전력소비 증가가 소득증가를 그랜저 인과하는 국가는 캐나다, 홍콩, 파키스탄, 싱가포르, 터키로 보고되었다. 한편 소득증가가 전력소비 증가를 그랜저 인과하는 국가는 콜롬비아, 엘살바도르, 인도네시아, 케냐, 멕시코이며 상호 그랜저 인과관계가 있는 국가로는 말레이시아와 한국으로 보고되었다.

이의 공적분 관계가 존재한다는 것을 검증하고, 오차수정모형을 통하여 한국의 전력소비와 GDP 사이에 상호 그랜저 인과관계가 존재한다는 것을 보였다. Altinay and Karagol (2005)는 1950년부터 2000년까지 터키의 전력소비량과 경제성장 사이의 그랜저 인과관계 검정을 통하여 터키에서는 경제성장이 전력소비량 증가를 선행한다는 것을 보였다. Narayan and Prasad (2008)는 한국을 포함한 OECD 30개국에 대하여 오차수정모형에 부트스트래핑 기법을 적용한 비모수적 검증을 통하여 전력소비량과 GDP 사이의 인과관계를 분석하였다.

이러한 일련의 연구에서는 전력수요 혹은 에너지 소비와 경제성장에 대하여 공적분 검증을 통한 장기 균형관계 분석과 그랜저 인과관계의 검증에 초점을 둔 반면, 이상철·박종인 (2002)은 전력발전량을 주요 변수로 하는 단기경제전망모형을 통하여 GDP와 전력발전량과의 단기적인 관계를 보여주었다. 전력발전량의 과거 시차를 이용한 예측실험을 통하여 전력발전량의 1분기 후행시차를 사용하였을 때 GDP 예측실험 오차가 가장 낮아진다는 것을 보여줌으로써 한국의 경우 전력발전량이 GDP에 비해 1분기 정도 선행하는 특징을 가진다는 주장을 하였다. 그러나 이러한 단기적인 시차 분석은 GDP와 전력발전량 간의 시차관계가 표본기간 동안 일정하다는 가정 하에 분석한 것이다. 본 연구는 GDP와 전력발전량 간의 시차관계가 시간에 따라 변동한다고 보고 이러한 동태적 단기시차 관계를 시간변형함수로 추정하여 분석하게 된다.

전력발전량과 GDP사이의 시차관계 분석은 거시적 경제 정책과 에너지 정책에 대한 중요한 의미를 가지고 있다. 만약 전력발전량이 GDP에 대해 선행하는 경우 전력발전량의 변화를 분석함으로써 향후 경기변동의 선행 자료로 활용할 수 있으며, 반대로 GDP가 전력발전량에 대하여 선행하는 경우 GDP자료를 활용하여 전력수요 증가를 예측함으로써 전력수요 전망 등 에너지 정책에 활용할 수 있다.

GDP의 변동을 전력발전량의 변동만으로 설명하는 것에는 분명한 한계가 있으며 이러한 한계점은 경기종합지수 및 산업생산지수의 필요성과 직결된다. 그러나 경기종합지수 및 산업생산지수는 추계하여 확정된 후 발표하기까지 작성시점과 발표시점간의 시차가 존재하게 된다. 만약 전력발전량이 GDP와 장기적인 균형관계를 가지며 GDP의 단기적인 변동 패턴과 시차와도 일정한 관계를 유지한다면 GDP 변동에 관한 즉각적인 정보로 전력발전량을 활용할 수 있을 것이다. 본 논문에서는 GDP 변동에 대한 즉각적인 예비적 신호로서 전력발전량의 활용가능성에 관한 실

증적 분석 결과를 보여주고 있다.

본 연구에서 사용하는 시간변형함수에 대하여 선행연구에서 여러 가지 유형의 함수가 제시되었으나, 그중에서 어떤 시간변형함수가 가장 적합한 것인지를 검정하는 구체적인 방법이 제시되어 있지는 않다. 본 연구에서는 일반적으로 가장 널리 사용되는 평균제곱근오차(root mean squared error: RMSE)를 최소화하는 방법을 시간변형함수의 적합성 판단기준으로 삼았다. 아울러 평균제곱근오차 기준과 함께 단계적인 시차분석을 통하여 어떤 시간변형함수가 한국의 경기변동 분석에 적합한가를 실증적으로 검토하여 보았다. 즉 첫 번째 단계에서 한국의 GDP와 경기종합지수에 대한 시차관계를 여러 형태의 시간변형함수로 분석한 후 실증적인 분석결과가 통계청의 경기종합지수의 개발의도와 일관성을 갖는가를 시간변형함수의 적합성 판단기준으로 삼았다. 이어서 첫 번째 단계의 실증분석결과를 토대로 두 번째 단계에서 추정한 GDP와 전력발전량간의 시간변형함수 결과에 대한 시차관계를 추론하였다.

본 논문에서는 경제학 분야에서 잘 알려지지 않은 함수적 자료분석 방법 및 시간변형함수 추정법을 통하여 경제변수 간의 동태적 시차관계를 분석한다. 이러한 점을 고려하여 제Ⅱ장에서는 본 논문에서 사용된 함수적 자료분석 방법과 시간변형함수 추정법에 관하여 간략히 설명하였다. 제Ⅲ장에서 실질 GDP와 경기종합지수와 의 동태적 관계를 시간변형함수를 통하여 분석한 결과를 논의하고, 제Ⅳ장에서는 실질 GDP와 산업생산지수 및 전력발전량의 시간변형함수 추정결과를 논의하게 된다. 제Ⅴ장에서는 실증분석을 통한 결론을 서술하였다.

## Ⅱ. 함수적 자료 분석과 시간변형함수

### 1. 함수적 자료분석

함수적 자료분석은 관측된 자료가 연속함수로부터 생성된 것으로 본다. 시점  $t$ 에 서 연속함수  $X(t)$ 로부터 생성된 자료는 오차항이 더해져서  $x(t)$ 의 값으로 관측된다고 하고 이를 다음과 같은 모형으로 나타낼 수 있다.

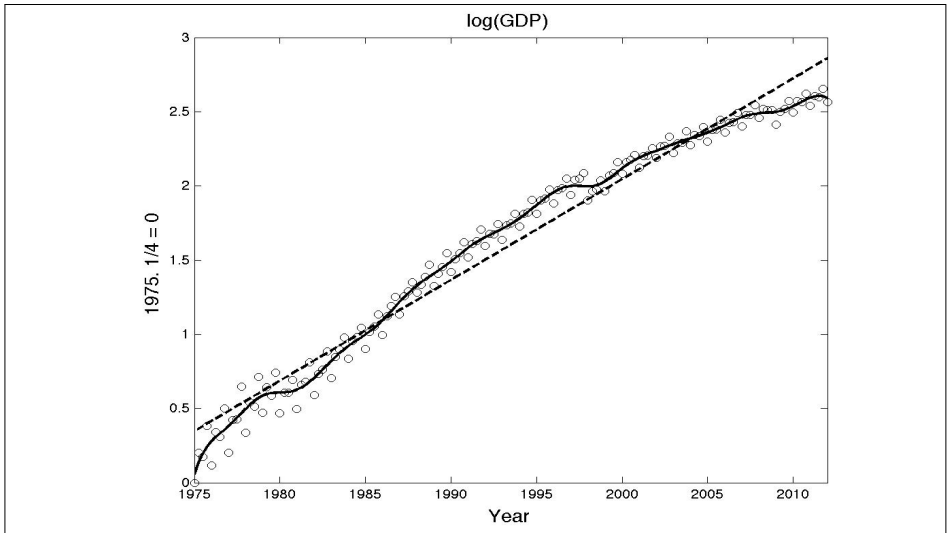
$$x(t) = X(t) + \varepsilon_i \quad (1)$$

식 (1)에서  $X(\cdot)$ 는 두 번 미분가능하며 연속인 임의의 연속함수이며,  $\varepsilon$ 은 오차항으로 일반적인 가정인  $E(\varepsilon) = 0$ 과  $E(\varepsilon^2) = \sigma^2 < \infty$ 을 만족한다.

본 논문에서는 실질 GDP가 주기성을 가지는 임의의 연속함수에 의해 생성된다고 보고 경기변동에 관한 논의를 진행하며, 실질 GDP 관측치는 주기성을 가지는 연속함수  $X(t)$ 의 값에 오차가 더해져 나타난다고 가정한다. 여기서 오차  $\varepsilon$ 은 경제에 주어지는 충격으로 볼 수 있다.

경제학의 관점에서 경제변수를 생성시키는 임의의 함수  $X(t)$ 가 어떠한 속성을 가지는가에 관해서는 수많은 연구가 이루어져 왔으며, 특히 시계열 분석의 관점에 있어서 ARMA(p, q) 모형과 단위근 존재 여부에 따라 확장된 ARIMA(p, d, q) 모형 및 공적분 모형을 통한 분석 등이 대표적인 모형으로 사용되어 왔다(Maddala and Kim, 1998). 본 논문에서는 연속함수  $X(t)$ 에 관하여 특정한 함수 형태를 가정하지 않고 비모수 추정방법으로 추정한 비선형함수를 사용하게 된다.

〈그림 1〉 GDP와 평활화



비모수 추정방법에 의한 비선형함수의 추정은 자료의 평활화 단계에서부터 출발하게 된다. 주어진 자료를 얼마나 평활화 하는가에 따라 비선형 함수의 모양이 결정되며, 이러한 함수형태가 이후의 분석결과에 결정적인 영향을 미치게 되므로 자료의 평활화 단계가 매우 중요하다. 〈그림 1〉은 1975년부터 2012년까지 시간을 수평축

으로 하고 한국의 분기별 GDP의 로그값을 수직축으로 하여 그래프로 나타낸 것이다. 그림에서 원형 점으로 나타난 것이 한국의 분기별 실질 GDP이다.

실질 GDP 관측치가 어떠한 비선형 함수로부터 생성되었을까 하는 것에 관한 첫 추측이 평활화에 의해 형성된다. 예를 들어 평활화를 전혀 하지 않는다면 GDP를 나타내는 비선형 함수는 각 관측치들을 직선으로 연결한 선이 된다. 각 관측치들을 직선으로 연결하여 생성된 톱니모양의 비선형함수는 주어진 시점에서 분기별 GDP를 정확하게 나타내기 때문에 최고의 설명력을 가지지만, 매우 복잡한 모양을 가져 함수로 나타내기 어려울 뿐 아니라 예측모형으로서 사용하기는 거의 불가능하게 된다. 반면 극도로 평활화한 함수는 관측치의 각 점들로부터 가장 가까운 직선이라고 할 수 있다. 실질 GDP의 관측치인 각 점들에 가장 가까운 직선은 실질 GDP를 시간  $t$ 에 대하여 선형회귀방정식으로 구할 수 있다. 선형회귀모형으로는 어떤 분기에 있어서도 정확하게 분기별 GDP의 값을 구할 수 없지만, 가장 단순한 형태의 예측모형으로 쉽게 활용할 수 있다. <그림 1>에서 점선이 실질 GDP를 시간  $t$ 에 대하여 선형회귀방정식으로 추정한 결과이다.

<그림 1>에서 보는 바와 같이 평활화를 전혀 하지 않거나 극도로 평활화를 하게 되면, 실질 GDP에 포함되어 있는 경기변동 정보를 제대로 파악할 수 없으며 경기변동의 주기성도 찾기 어렵다. 본 논문에서는 GDP의 관측치로부터 호황과 불황의 경기변동의 주기성이 잘 나타나도록 하는 자료 평활화 방법으로 미국 GDP에 대한 함수적 자료분석을 한 Ramsay, Heckman, and Silverman(1997, 이하 RHS)의 분석과정을 사용하였다. RHS 분석과정은 상세히 설명을 하겠지만, <그림 1>에서 실선으로 나타난 그래프가 B-spline 기저함수를 이용한 RHS 방법을 적용한 추정결과이다. 평활화의 결과인 실선 그래프를 보면 표본기간의 시작과 끝에서 발생하는 종점문제를 제외하고는 경기변동의 주기성을 비교적 잘 나타낸다고 볼 수 있다.

실질 GDP에 포함된 경기변동 정보를 적절히 파악하기 위하여 본 논문에서 사용한 RHS 분석과정은 (i) B-spline 기저함수를 사용하여 연속함수를 근사하고, (ii) 별점최소제곱추정방법으로 추정하며, (iii) GDP의 장기적인 추세를 제거한 후의 단기 경기변동을 분석하기 위하여 추정된 GDP 연속 기저함수의 일차 도함수를 주요 분석 대상으로 한다. 본 논문에서 활용하는 GDP 분석에 특화된 RHS 분석과정을 상술하면 다음과 같다.



## (1) B-spline 기저함수

본 연구에서는 GDP를 나타내는 연속함수에 대한 기저함수로 B-spline 함수를 사용하였다. 일반적인 B-spline 기저함수는  $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_T$ 에서 다음과 같이 정의된다.

$$B_i^0(t) = U_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad 0 \leq i \leq T - P - 1$$

$$B_i^p(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p} - t_i} B_i^{p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1} - t}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} B_{i+1}^{p-1}(t) \quad (2)$$

식 (2)에서 정의된 B-spline 기저함수는 오른쪽 연속인 함수이며,  $\sum_i B_{i,1}(t) = 1$ 을 만족한다. B-spline 기저함수는 (i)  $t$ 에 대하여  $p$ 차 다항식으로 표현되며, (ii) 모든  $i, p$ , 그리고  $t$ 에 대하여 음수가 아니며(nonnegativity), (iii)  $[t_i, t_{i+p+1})$ 구간에 대하여 영이 아닌(local support) 특성을 가지고 있다. 또한 임의의  $b_{ik}$ 에 대하여  $B_i^p = \sum_{j=i}^{i+p-1} b_{jk} U_j$ 로 나타낼 수 있다. B-spline 기저함수에 대한 보다 상세한 내용은 de Boor (2001)에 잘 나타나 있다. B-spline 기저함수를 이용한 자료 평활화 방법은 계산상의 단순함과 곡률의 제어에 대한 명확성 등으로 인하여 널리 사용된다. 또한 표본 크기가 커지게 되면 커널 추정법과 유사한 결과를 가지게 되기 때문에 (Messer, 1991; Simonoff, 1996) 여러 분야에서 다양하게 적용될 수 있는 범용성을 가진다.

## (2) 벌점최소추정방법(penalized least square estimation)

벌점최소제곱추정방법을 이용하여  $X(t)$ 를 추정하는 방법은 Hastie and Tibshirani (1990), Green and Silverman (1994) 등에 자세히 소개되어 있으며, 본 논문에서는 Heckman and Ramsay (2000)가 제시한 비모수적 벌점최소제곱추정방법을 이용하여  $X(t)$ 를 추정하였다. Heckman and Ramsay (2000)이 제시한 비모수적 벌점최소제곱추정방법은  $m$ 번 미분 가능한  $X(t)$ 의 선형 미분 연산자를 이용한 방법으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\operatorname{argmin}_{\lambda} X(t) = \sum_{j=1}^T [x(t_j) - X(t_j)]^2 + \lambda \int_{t \in T} [LX(t)]^2 dt \tag{3}$$

여기에서  $L$ 은 선형미분 연산자로서  $m$ 차 선형미분 연산자는  $L = D^m + \sum_{j=0}^{m-1} w_j D^j$ 와 같이 정의되며,  $D^m$ ,  $m = 1, 2, \dots$ 은  $m$ 차 미분 연산자이고,  $[LX(t)]^2$ 은  $X(t)$ 의 곡률을 측정하는 함수이다.  $\lambda$ 는 벌점 혹은 평활화 파라미터로 <그림 1>을 통해 설명한 것처럼  $\lambda \rightarrow 0$ 이면 평활화를 전혀 하지 않는 경우로,  $X(t) \rightarrow x(t)$ 가 되어  $X(t)$ 는  $x(t)$ 의 관측된 값을 연결한 선이 되며,  $\lambda \rightarrow \infty$ 이면 극도로 평활화를 한 경우로,  $X(t)$ 는 임의의  $\alpha_0, \alpha_1$ 에 대하여  $X(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t$ 와 같은 직선이 된다.

식 (3)에서  $\lambda$ 는  $x(t)$ 를 추정하는데 있어서 정확성과 평활화 사이의 균형을 조정하는 파라미터로서 매우 중요한 계수이다. 평활화의 정도를 결정하는  $\lambda$ 의 값을 추정하는 방법으로는  $X(t)$ 의 예측 검정력(predict power)을 높이는 기준에 의한 일반화 교차타당성(generalized cross validation, GCV; Craven and Wahba, 1979)이 널리 사용된다. 일반화 교차타당성을 이용한  $\lambda$ 를 결정하는 GCV 방법은 다음과 같이 정의된다.

$$GCV(\lambda) = \frac{T \cdot SSE(\lambda)}{(T - df_{\lambda})^2} = \frac{T}{T - df_{\lambda}} \hat{\sigma}^2(\lambda) \tag{4}$$

여기에서  $T$ 은 표본 자료의 개수,  $SSE$ 는 잔차항의 제곱합을 나타내고,  $df_{\lambda}$ 는 자유도, 그리고  $\hat{\sigma}^2$ 은 잔차항의 분산을 나타낸다. GCV에 따른  $\lambda$  결정방법은, 기저함수의 차수가 증가할수록 근사오차가 줄어들어드는 반면 추정하여야 할 모수의 증가로 인하여 추정오차는 커지게 되어 근사오차와 추정오차간의 상충관계가 존재하게 되는데, 모형의 근사오차와 추정오차의 합이 가장 작은 값을 찾는 방법이다.

(3) 일차도함수

실질 GDP를 통하여 경기변동 현상을 실증적으로 분석할 때, 일반적으로 실질 GDP의 수준 변수를 그대로 사용하지 않고 장기추세를 제거한 후 단기변동 부분을 분석하게 된다. 장기추세를 제거하는 방법으로는 Hodric-Prescott filter (Hodric

and Prescott, 1997) 방법, Band Pass filter (Baxter and King, 1999) 등이 널리 사용되며, 단위근이 존재할 경우 일차 차분한 차분변수를 사용하기도 한다. 본 논문에서는 연속적인 비선형함수를 가정하여 B-spline 기저함수를 통하여 비모수적 방법으로 추정하였기 때문에 추정한 B-spline 기저함수에 대한 일차 도함수를 구하여 분석대상으로 삼게 된다.

식 (3)에서  $X(t)$ 는 주어진  $\lambda$ 에 대하여 B-spline 기저함수를 이용하여 벌점최소자승법 추정결과로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X(t) = B(B'B + \lambda R)^{-1}B'x \quad (5)$$

여기에서  $B$ 는  $n \times k$  B-spline 기저함수 행렬을 나타내며,  $R = \int [LX(t)]^2 ds$ 를 나타낸다. 식 (5)에서  $X(t)$ 의 일차도함수  $dX(t)/dt$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt}X(t) = \frac{d}{dt}[B(B'B + \lambda R)^{-1}B'x] \quad (6)$$

따라서  $X(t)$ 의 일차도함수는 식 (3)을 이용하여 추정한 계수가 포함되는 B-spline 일차도함수를 이용하여 계산한다.

## 2. 시간변형함수(Time warping function)

비선형함수 형태로 변화하는 경기변동을 측정하기 위해 고안된 경기종합지수의 특징은 경기변동과 동일한 변동패턴을 가지지만 시차를 두고 달리 변화한다는 점이다. 경기종합지수 중에서 경기선행지수는 경기변동을 미리 감지하기 위한 선행성을 가지도록 고안되었으며, 경기동행지수는 경기변동과 동시에 변동하도록 고안된 경기지표이다. 이러한 지표는 GDP와 동일한 변동패턴을 가지지만, 경기변동에 대하여 선행, 동행, 후행하는 지표로 만들기 위해 동일한 기저함수로부터 시차를 달리 하는 함수로 실현된 것이라고 볼 수 있다. 이러한 시차를 연속 함수로 나타낸 것이 시간변형함수이다.

동일한 기저함수에서 생성된 시계열 자료는 유사한 진폭 변동(amplitude

variation) 과 위상 변동(phase variation) 을 가지고 있다. 진폭 변동은 변수에게 주어진 충격에 대하여 변수가 반응하는 크기를 나타내며, 위상 변동은 변수에게 주어진 충격이 반응하는 시점의 차이를 나타낸다. 예를 들어, 경기종합지수를 구성하는 지표의 경우 외환위기와 같은 시장의 충격이 주어지면 경기선행지수가 시장의 충격에 가장 먼저 반응하고, 그 다음 경기동행지수, 그리고 경기후행지수 순으로 시차를 가지고 시장의 충격에 반응하게 된다. 이러한 반응 시점의 차이는 동일한 기저함수에서 생성된 변수라 하더라도 변수의 특성에 따라 서로 다른 시차를 가지고 반응하게 되며 그 결과 위상변동의 차이가 나타난다.

추정된  $Y(t)$  를 기준함수라 하고  $X_i(t)$  를 대상함수라고 하자. 본 논문에서 기준함수  $Y(t)$  는 실질 GDP가 되며 대상함수  $X_i(t)$  는 경기종합지수와 산업생산지수 및 전력발전량이 된다. 여기서  $i$  는 각 지표를 나타내는 색인이다. 기준함수와 대상함수는 동일한 비선형 함수형태를 가지지만 크기와 시차가 달리 나타날 수 있으며 이러한 관계를 시간변형함수  $h_i(t)$  를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y(t) = \beta_i X_i(h_i(t)) + u_i(t) \quad (7)$$

식 (7) 의 우변에서  $\beta_i$  는 기준함수와 대상함수의 크기 차이를 나타내며 두 함수  $X_i$  와  $Y$  의 진폭변동을 나타내는 계수이다. 함수  $h_i(t)$  는 두 함수  $X_i$  와  $Y$  의 시간차이를 위상변동의 차이로 나타내는 시간변형함수이다. 오차항  $u_i(t)$  는 시간변형함수와 독립적인 과정으로 평균이 영이고 분산이 유한한 것으로 가정한다(Tang and Muller, 2008).

본 논문은 실질 GDP에 의한 경기변동과 이를 측정하는 지표들 간의 시차를 분석하는 것이 목적이기 때문에 식 (7) 에서 계수  $\beta_i$  보다는 시간변형함수  $h_i(t)$  를 추정하여 기준함수와 대상함수간의 위상변동을 분석하는 것에 초점을 맞추게 된다.

시간변형함수는 물리적인 시간  $t \in T$  를 변형한 함수이다. 가장 단순한 형태를 예로 들면 두 함수 간에 시차가  $\tau$  로 일정하면 시간변형함수는  $h(t) = t - \tau$  인 선형함수로 나타낼 수 있다. 만약 두 함수 간에 시간이 일정하게 흐르지만 시간의 길이가 다른 경우에는  $h(t) = \delta(t - \tau)$  의 형태로 나타낼 수 있다. 두 함수  $X(h(t))$  와  $Y(t)$  시차관계는  $h(t)$  와  $t$  사이의 부등호관계를 통해 파악할 수 있다. 임의의 시점

$t_r \in [t_1, t_T]$ 에서 만약  $h(t_r) > t_r$ 이면  $X(h(t_r))$ 가  $Y(t_r)$ 에 대하여 후행하고 있는 것을 나타내며, 만약  $h(t_r) < t_r$ 이면  $X(h(t_r))$ 가  $Y(t_r)$ 에 대하여 선행하는 것을 나타낸다.

시간변형함수는 물리적 시간을 기본으로 하는  $h(t): T \rightarrow T$  함수이기 때문에 두 가지의 기본적인 가정을 만족하여야 한다. 첫째로는 닫힌 시간 공간  $T = [t_1, t_T]$ 에서  $h(t_1) = t_1$ 이고  $h(t_T) = t_T$ 인 경계조건을 만족해야 한다. 둘째로는 임의의 시간  $t_1 \leq t_i < t_j \leq t_T$ 에 대하여  $h(t_i) < h(t_j)$ 인 강단조 증가함수 이어야 한다.

시간변형함수는 Sakoe and Chiba (1978)에 의하여 음성 단어 인식에 대한 동태적 동기화 방법으로 처음 소개되었으며 시간변형함수를 추정하는 방법으로 비선형 함수간의 거리를 최소화하는 방법을 제시하였다. 이후 이 방법은 Wang and Gasser (1997, 1999)에 의하여 동태적 시간변형(dynamic time warping: DTW) 함수를 추정하는 방법으로 정립되었다. 한편 Kneip and Gasser (1992), Gasser and Kneip (1995)는 이정표 시간변형함수(landmark time warping function) 추정방법을 제시하였다. 이정표 추정방법은 비선형함수를 비모수 추정방법으로 추정할 경우 시간변형 함수에 대한 식별(identification) 문제가 대두되는데, 분석 대상인 함수들에 공통적으로 나타나는 위상변동을 이용하여 이정표를 설정하고, 설정된 이정표를 통하여 식별 문제를 해결하여 시간변형함수를 추정하는 방법이다. Silverman (1995)는 주성분 분석을 통하여 두 곡선 사이의 위상 차이를 최소화 하는 프로크루스테스 시간변형함수(Procrustes time warping function) 추정방법을 제시하였으며, Ramsay and Li (1998)는 Silverman이 제시한 시간변형함수를 두 번 미분 가능한 임의의 단조 증가하는 연속 함수로 보고 이를 함수적 기저를 이용하여 추정하는 방법으로 확장하였다.

이외에도 Gervini and Gasser (2004)에서는 함수적 자료 추정에서 발생하는 식별 문제를 해결하기 위하여 준모수적 추정방법을 이용한 자기모형(self-modelling) 시간변형함수 추정방법론을 제시하였으며, Rønn (2002)과 Gervini and Gasser (2005)는 비모수적 최우추정법을 이용한 시간변형함수 추정방법을 제시하였다. Liu and Muller (2004)는 관측된 자료의 확률적 과정에 대한 전제와 시간에 대한 단조성 가정을 바탕으로 함수적 볼록동기화 모형(functional convex synchronization model)을 제시하였다.

시간변형함수는 이상의 연구에서 나타났듯이 다양한 방법이 있으며, 이 중에서

어떤 방법이 가장 좋다고 하기 어렵기 때문에 분석 대상이 되는 자료의 속성에 따라 적합한 추정방법을 선택하여야 한다. 본 연구에서는 한국의 경기변동을 분석하는데 가장 적합한 시간변형함수의 추정방법을 찾기 위하여 가장 널리 사용되는 세 가지 방법인 (i) 동태적 시간변형함수, (ii) 이정표 시간변형함수, (iii) 프로크루스테스 시간변형함수를 각각 추정하여 비교하여 보았다.

### (1) 동태적 시간변형함수

동태적 시간변형함수는 두 함수의 변동성을 최소화하는 함수로 정의된다. 두 함수간의 변동성을  $c(w) = \|X(t^x) - Y(t^y)\|^2$ 로 정의하고, 함수  $X$ 와  $Y$ 에 대응되는 시간경로를  $w = (t^x, t^y)$ 라 하면 동태적 시간변형함수  $h^d$ 는 다음과 같이 변동성을 최소화하는 시간경로로 정의된다.

$$\arg \min_{h^d} C(h^d) = \sum_w c(w) = \sum_{(t^x, t^y) \in w} \|X(t^x) - Y(t^y)\|^2 \quad (8)$$

식 (8)의 동태적 시간변형함수는 두 함수  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 의 변동성을 최소화 하는 시간경로로서 시간변형함수의 기본가정 이외에도 (i) 연속성 조건과 (ii) 변형 범위(warping window) 조건을 충족시켜야 한다. 연속성 조건은 물리적 시간의  $l$ 시점에서 동태적 시간변형함수에 의한 시간이  $h_l^d = (t_n, t_m)$  일 때,  $l+1$  시점에서 동태적 시간변형함수에 의한 시간  $h_{l+1}^d$ 는  $h_{l+1}^d = \min\{c(t_{n+1}^x, t_m^y), c(t_n^x, t_{m+1}^y), c(t_{n+1}^x, t_{m+1}^y)\}$ 가 되어야 한다는 조건이다. 연속성 조건은 동태적 시간변형함수에 의한 시간에서 시간 도약이 나타나지 않도록 하는 조건임을 의미한다. 한편 변형범위 조건은 임의의 상수  $k$ 에 대하여  $|h^d(t) - t| \leq k$ 를 만족하여야 한다는 것이다. 즉 물리적 시간과 동태적 시간변형함수에 의한 시간의 차이가 일정 범위 내에 존재하여야 한다는 조건이다(Muller, 2010).

### (2) 이정표 시간변형함수

이정표 시간변형함수 추정법은  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 에 공통적으로 나타나는 이정표를 설정하고, 서로 대응되는 이정표의 시차를 이용하여 식별문제를 해결하여 시간변형함수를 추정하는 방법이다. 이정표는  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 에 공통적으로 나타나는 고점,

저점 또는 영을 지나는 점 등으로 두 함수에 공통적으로 나타나며 특징이 될 수 있는 점을 이용하여 설정한다.

두 함수에 대하여  $m$ 개의 이정표를 설정하면 이정표에서의 두 함수의 값은 각각  $X(t_j^x)$ 와  $Y(t_j^y)$ 가 된다. 이때 이정표 시간변형함수  $h^{LM}(t)$ 는 다음과 같이 구하여 진다.

$$h^{LM}(t) = \begin{cases} t_j^x & , \text{ if } t = t_j^y \\ \frac{t_{j+1}^x - t_j^x}{t_{j+1}^y - t_j^y} t + t_j^x & , \text{ otherwise, } j = 1, \dots, m-1 \end{cases} \quad (9)$$

식 (9)의 이정표 시간변형함수를 살펴보면, 이정표에서 시간변형이 이루어지며 나머지 구간에서는 두 이정표를 선형으로 연결하여 추정한다는 것을 알 수 있다. 한편 서로 대응되는 이정표  $X(t_j^x)$ 와  $Y(t_j^y)$  사이에  $\tau_j$ 만큼의 시차가 있는 경우에는 다음과 같이 조정된다(Kneip and Gasser, 1992; Gasser and Kneip, 1995).

$$X^{LM}(t_j^x) = X(h^{LM}(t_j^y)) = X(t_j^y + \tau_{ij}) = X(t_j^x)$$

### (3) 프로크루스테스 시간변형함수

프로크루스테스 시간변형함수는 기본적으로 주성분 분석방법을 이용하여 시간변형함수를 추정하는 방법이다. 본 논문에서는 Silverman (1995)의 주성분 분석방법을 확장시킨 Ramsay and Li (1998)가 제시한 프로크루스테스 시간변형함수 추정방법을 사용한다.

우선 Silverman (1995)의 주성분 분석방법에 의한 시차함수 추정에 관하여 살펴보자. 대상함수에 시차가 발생한 경우의  $X(t + \tau)$ 는 기준함수  $Y(t)$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X(t + \tau) = Y(t) + \sum_{\nu} \xi_{\nu} u_{\nu}(t) \quad (10)$$

여기에서  $\xi_{\nu}$ 는  $E(\xi_{\nu}) = 0$ 이고,  $E(\xi_{\nu}^2) = \gamma_{\nu}$ 인 오차항이며,  $u_{\nu}$ 는  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 의

공분산행렬을 이용하여 구한 주성분 함수로서  $\int u_\nu^2 = 1$ 을 만족한다. 식 (10)에서  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 의 시차관계를 나타내는  $\tau$ 를 함수적 주성분 분석을 통해 분해할 수 있는 임의의 구조적 요소로 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau = \sum_{\nu} \xi_{\nu} v_{\nu} \quad (11)$$

여기에서  $v_{\nu}$ 는  $X(t+\tau)$ 와  $Y(t)$ 의 공분산행렬을 이용하여 추정한 주성분 요인을 나타낸다. 식 (11)에서 주성분 분석을 통하여 구한 고유값 중 두 번째로 큰 고유값을 가장 작게 만드는 시간변형함수를 프로크루스테스 시간변형함수라고 한다.

Ramsay and Li (1998)는 Silverman이 제시한 프로크루스테스 시간변형함수를 두 번 미분 가능한 함수로 가정하고 단조연속 시간변형함수의 함수적 형태를 다음과 같이 도출 하였다.

$$h^{Pro}(t) = C_0 + C_1 \int_{u \in T} e^{W(u)} du \quad (12)$$

여기에서  $W(u)$ 는 단조화 연산자(monotonization operator)로서  $W(u) > 0$ 이면  $h(t) > t$ 이고  $W(u) < 0$ 이면  $h(t) < t$ 인 관계가 성립한다. 식 (12)를 이용한 단조연속 시간변형함수 추정법은  $h^{Pro}$ 를 평활화하여 다음과 같이 추정한다.

$$MinEig_{\lambda}(h) = MinEig(h) + \lambda \int [D^2 W(t)]^2 dt \quad (13)$$

여기에서  $MinEig(h)$ 는 고유값 중 두 번째로 큰 고유값을 최소화하는 시간변형함수를 나타낸다.  $\lambda$ 는 단조연속 시간변형함수의 평활화를 결정하는 임의의 계수이다. Ramsay and Li (1998)는 단조연속 시간변형함수를 추정하기 위해서 평활화 계수의 값이  $\lambda = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$ 인 경우 적절히 추정될 수 있음을 보여 주었다.

식 (13)에 나타난 단조연속 시간변형함수의 특성을 살펴보면,  $W(t) = 0$ 이면 프로크루스테스 시간변형함수는 임의의 실수  $\beta_0, \beta_1$ 에 대하여  $h^{Pro}(t) = \beta_0 + \beta_1 t$ 와



같은 선형 시간변형함수가 되며,  $W(t)$ 가 0이 아닌 경우  $h^{Pro}(t) = \beta_0 + \beta_1 e^W$ 와 같은 함수가 된다. 여기에서  $\beta_0, \beta_1$ 은 시간변형함수의 경계조건을 이용하여 도출할 수 있으며, 따라서  $W(t)$ 를 추정하게 되면 단조연속 시간변형함수를 구할 수 있다. 본 논문에서는  $W(t)$ 의 추정을 위하여 B-spline 기저함수를 사용하였다.

이상과 같이 시간변형함수를 추정하는 데는 다양한 방법이 있으며, 추정방법에 따라 시간변형함수도 달라진다. 다양한 시간변형함수 중에서 어떤 함수가 가장 적절한 것인가 하는 것은 전적으로 분석하고자 하는 자료의 특성에 따라 달라지기 때문에 분석대상에 적용하여 가장 적절한 방법을 찾아내어야 한다. 본 논문에서는 이러한 단계로서 GDP와 시차관계를 가지도록 고안된 경기종합지수들에 다양한 시간변형함수를 적용하여 경기종합지수 본래의 고안 목적과 일관성을 갖는 시간변형함수를 찾고자 하였다. 그런 연후에 이를 바탕으로 GDP에 대한 산업생산지수와 전력발전량의 시간변형함수를 추정하여 GDP에 대한 시차관계를 분석하였다.

### III. GDP와 경기종합지수

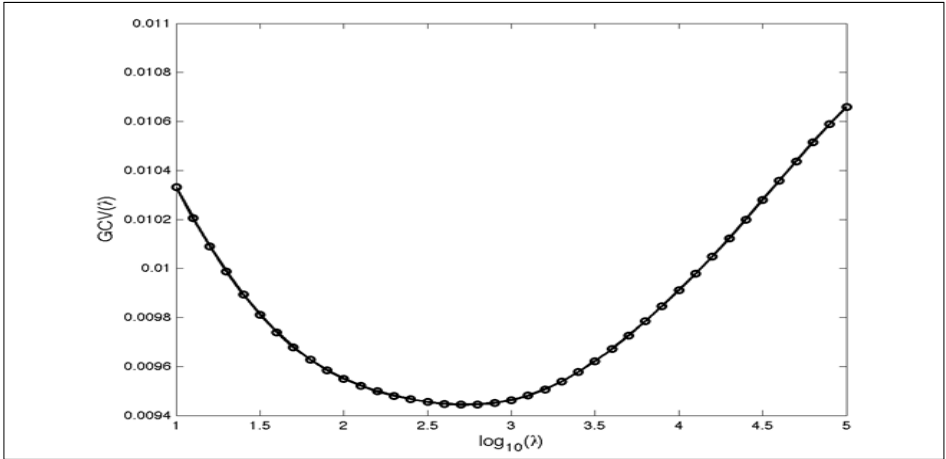
#### 1. 평활화

본 장에서는 실질 GDP와 경기종합지수에 관한 시차분석을 시간변형함수의 추정 결과를 통하여 논의하게 된다. 자료 분석에 사용된 실질 GDP는 분기별 실질 자료를 이용하였으며, 전력소비에 대한 자료는 한국전력거래소의 전력발전량 자료를 이용하였다. 경기종합지수의 경우 1975년 1월부터 2012년 3월까지 자료를 활용하였으며, GDP, 산업생산지수, 그리고 전력발전량은 1975년 1사분기부터 2012년 1사분기까지 분기별 자료를 활용하여 분석하였다.<sup>2)</sup> 월별 자료와 분기별 자료가 혼합된 자료를 분석하는 경우, 월별 자료를 분기별 자료로 변환하여 분석하는 것이 일반적이며(Rathjens and Robins, 1993) 본 논문에서는 월별 자료는 분기별로 평균한

2) 본 논문에서 사용되는 분기별 자료의 표본자료 크기가 함수적 자료분석에 충분한지에 관해서는 논쟁의 여지가 있다. 표본통계량에 대한 점근적 특성에 관하여 어느 정도의 대표본이 필요한가에 관해서는 일반적으로 대수의 법칙을 통하여 여러 가지 경우에 있어서 대략적인 표본의 크기에 관한 계산이 가능하다. 그러나 아직 함수적 자료분석에 있어서 표본크기에 관한 계산에 일반적인 법칙이 존재하지 않는다. 다만 일반적인 자유도의 관점에서 볼 때 본 논문에서 사용한 표본의 크기는 충분히 크다고 할 수 있다.

자료를 이용하였다.<sup>3)</sup> 또한 자연 로그를 취한 자료의 수준을 조정하기 위하여 모든 자료의 초기 값을 영으로 조정하였다.

〈그림 2〉 GDP 평활화를 위한 GCV 추정결과



우선 함수적 자료 분석을 하기 위하여 논문에서 사용된 시계열 변수인 실질 GDP, 경기종합지수, 산업생산지수 및 전력발전량에 대한 평활화 계수 추정 결과를 살펴보기로 하자. 앞서 논의한 별점최소좌승법에 의한 추정방정식 식 (3)의  $\lambda$  값이 평활화 계수 값이며, 최적 값을 찾기 위한 기준으로는 식 (4)에 의한 GCV 방법을 사용하였다.

〈그림 2〉는  $\lambda$ 의 값에 따른 GCV 결과를 보여 주고 있다. 여기서  $\lambda$ 값은  $\log_{10}(\lambda)$ 로 변환하여 나타내었다. 〈그림 2〉에 따르면 한국 실질 GDP의 경우  $\lambda = 10^{2.7}$ 에서 최소 GCV를 가지는 것으로 나타났다. 또한 실질 GDP 이외에 본 논문에서 사용된 경기종합지수와 산업생산지수 및 전력발전량의 경우 동일하게  $\lambda = 10^{2.7}$ 에서 최소 GCV를 가지는 것으로 나타났다.

한편 평활화 과정을 통하여 추정된 함수와 실제 값이 얼마나 차이를 가지는지 알기 위하여 두 값의 차이를 평균제곱근오차를 통하여 계산하여 보았다. 〈표 1〉에는 본 논문에서 사용된 시계열 자료에 대하여 동일한 평활화 계수 값  $\lambda = 10^{2.7}$ 를 적용

3) Meese and Geweke(1984), Fair and Shiller(1990), 그리고 Rathjens and Robins(1993)는 고빈도 거시경제자료를 저빈도 자료로 변환할 때 분기별로 평균한 자료를 사용하였다.

한 후 추정한 함수 값과 실제치와의 차이를 RMSE로 계산한 값이 주어져 있다. 실질 GDP, 전력발전량, 그리고 산업생산지수의 경우 자료의 계절성으로 인하여 RMSE가 상대적으로 높게 나타났으며, 경기종합지수의 RMSE는 낮게 나온 것을 알 수 있다.

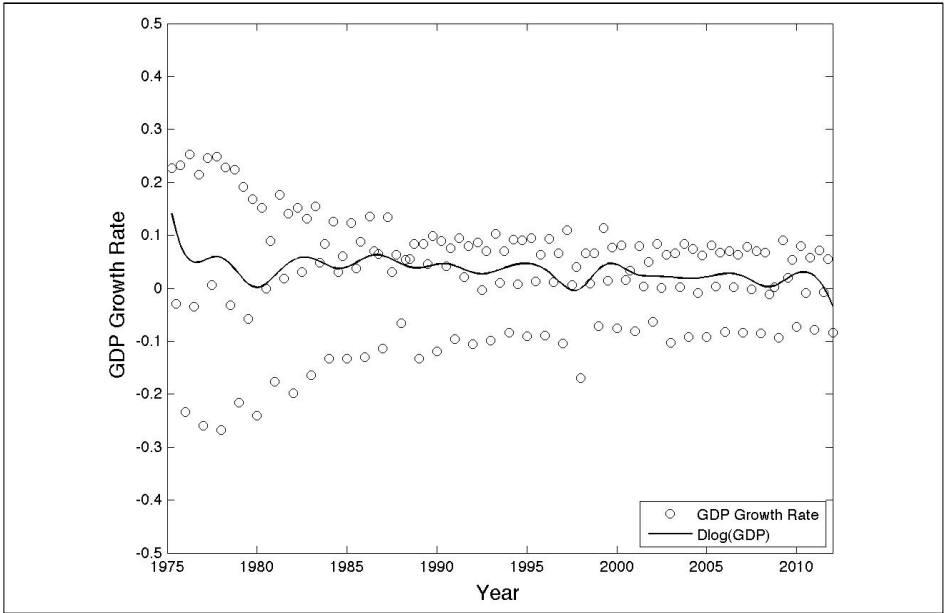
〈표 1〉 평균 제곱근 오차비교

(단위:  $\times 10^{-3}$ )

변수	GDP	전력발전량	산업생산지수	경기선행지수	경기동행지수	경기후행지수
RMSE	60	34	38	13	11	8

앞서 언급하였듯이 본 논문에서는 실질 GDP를 통하여 단기적인 경기변동에 대한 시차분석을 하는 것이 목적이기 때문에 장기추세가 제거된 기저함수의 일차 도함수를 분석대상으로 삼게 된다. 별점최소자승법으로 추정한 실질 GDP에 대한 기저함수에 대한 일차 도함수를 구하여 이를 실질 경제성장률과 비교하여 〈그림 3〉에 나타내었다.

〈그림 3〉 실질 GDP 성장률과 log GDP 일차도함수



〈그림 3〉에서 원형 점은 분기별 실질 GDP 성장률을 나타내며, 실선은  $\log$  GDP의 일차도함수를 나타낸다. 분기별 실질 GDP 성장률을 평활화한 실선으로 나타낸 GDP의 일차 도함수를 살펴보면 경기변동이 비교적 잘 나타나 있으며 특히 1975년부터 2012년 사이에 한국경제가 겪은 세 번의 심한 경기침체인 1980년 유류파동, 1997년 IMF 위기, 2008년 금융위기 등이 잘 나타나 있다. 하지만 표본기간 시작한 1975년부터 약 1977년까지 그리고 표본기간 마지막인 2012년 이전의 약 2010년부터 2012년까지는 비모수 추정법에 의한 추정치가 편의를 가져 그 기간의 일차 도함수 실선의 그래프가 편의를 가지는 형태로 나타나 일반적인 중점문제 또한 〈그림 3〉에 나타나 있다.<sup>4)</sup>

## 2. 시간변형함수 추정결과

GDP와 함께 경기선행지수, 경기동행지수, 경기후행지수의 일차도함수를 구한 다음 이들 함수에 대한 시간변형함수를 추정하여 시차분석을 하였다. 시간변형함수를 세 가지 추정방법, 동태적 시간변형함수, 이정표 시간변형함수, 그리고 프로크루스테스 시간변형함수 추정법을 이용하여 추정하였다. 동태적 시간변형함수를 추정할 때 동태적 시간함수의 변형범위  $|t_n - t_m| \leq k$ 를 설정하여야 하는데, 본 논문에서는  $k = 16$ <sup>5)</sup>로 두고 동태적 시간변형함수를 추정하였다. 이정표 시간변형함수 추정을 위하여 이정표를 설정하여야 하는데, 본 논문에서는 실질 GDP와 경기종합지수에 공통적으로 나타난 세 번의 경기저점인 1980년 1사분기, 1997년 4사분기, 2008년 3사분기를 이정표로 사용하여 시간변형함수를 추정하였다. 프로크루스테스 시간변형함수는 B-spline 기저함수를 사용하여 평활화 지수를  $\lambda = 10^{-2}$ 로 설정하고 추정하였다.

분석대상인 각 시계열의 일차 도함수와 그에 따른 시간변형함수의 추정 결과를 다음과 같은 순서로 살펴보기로 한다. 우선 시간변형함수를 추정함으로서 나타나는

4) 일반적으로 중점문제를 피하기 위하여 표본기간 중에서 시작과 끝 기간의 10%를 제외한  $[0.1T, 0.9T]$  기간을 추정결과가 유의미한 구간으로 추론하게 되는데 본 논문도 이러한 일반적인 추론과정을 따르고 있다.

5)  $k = 16$ 은 최대 4년정도 시차가 발생할 수 있다는 것을 의미하며, 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수의 시차 함수의 최대 시차를 비교하여 설정하였다.

위상변동에 의한 분산이 얼마나 큰 지를 살펴봄으로서 기준함수인 GDP와 대상함수인 경기종합지수가 얼마나 시차를 가지는지를 살펴본다. 위상변동에 의한 분산이 클수록 두 함수간의 변동패턴에 있어서 시차가 크다는 것을 의미한다. 다음으로 추정된 시간변형함수가 어떠한 형태를 갖는지 물리적 시간과 비교하여 선행성 및 동행성을 그래프로 검토하여 본다. 마지막으로 GDP에 나타난 경기변동시점인 정점과 저점이 시간변형함수에 의하면 얼마나 시차를 두고 나타나는지를 살펴보기로 한다.

### (1) 위상변동 분산

두 시계열 변수간의 분산을 전체 평균제곱근오차(RMSE)로 나타낼 경우, 전체 RMSE는 (i) 변화의 크기에 의한 진폭변동과 (ii) 시차에 의한 위상변동으로 나누어지게 된다. 두 시계열 변수의 변동 패턴 중에서 특히 시차를 분석하고자 할 때 시간변형함수를 통하여 추정되는 위상변동 RMSE가 어떻게 변화 하였는가 파악하는 것이 중요하다. 위상변동에 의한 RMSE가 클수록 시차가 큰 것을 의미한다.

〈표 2〉는 GDP와 경기종합지수간의 RMSE에 관한 추정결과이다. 〈표 2〉의 첫 번째 행은 물리적 시간을 그대로 두고 측정한 GDP와 경기종합지수간의 전체 RMSE의 크기를 보여준다. 두 번째 행, 세 번째 행, 네 번째 행은 추정된 시간변형함수를 적용하였을 때 추정한 GDP와 경기종합지수간의 진폭변동에 의한 RMSE의 크기와 위상변동에 의한 RMSE 비율을 %로 보여준다.

〈표 2〉 시간변형함수 추정방법에 따른 GDP에 대한 경기종합지수의 평균제곱근오차 비교

(단위:  $\times 10^{-3}$ , %는 변화율)

변수	경기선행지수	경기동행지수	경기후행지수
물리적 시간	6.833	6.083	9.917
동태적 시간변형함수	3.667 46.3%	4.083 32.9%	6.167 37.8%
이정표 시간변형함수	4.333 36.6%	5.833 4.1%	7.917 20.2%
프로크루스테스 시간변형함수	4.417 35.4%	5.750 5.5%	7.167 27.7%

〈표 2〉의 두 번째 행에 나타난 동태적 시간변형함수에 의한 경기선행지수의 추

정결과를 살펴보자. 실질 GDP와 시간을 변형하지 않은 물리적 시간에 의한 경기선행지수의 전체 RMSE는  $6.833 (\times 10^{-3})$ 로 계산된다. 한편 동태적 시간변형함수를 추정하여 경기선행지수를 동태적 시간변형함수에 의해 조정된 시간으로 위상오차를 제거하였을 때 추정된 진폭변동만의 RMSE는  $3.667 (\times 10^{-3})$ 이다. 따라서 경기선행지수가 동태적 시간변형함수에 의한 시차로 인하여 조정된 위상변동의 RMSE는  $3.166 (= 6.833 - 3.667) (\times 10^{-3})$ 이며 전체 RMSE에 대한 위상변동의 RMSE 비율은 46.3% ( $= 3.166 / 6.833$ )로 나타난다. 즉 동태적 시간변형함수로 시차를 조정할 경우 경기선행지수와 GDP 간의 변동오차는 약 46.3% 줄어든다고 볼 수 있다.

〈표 2〉에 의하면 경기선행지수의 경우 위상변동에 의한 RMSE 비중이 가장 크며 동태적 시간변형함수에 의하면 46.3%, 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 36.6%와 35.4%로 매우 크게 나타났다. 반면 경기동행지수는 비록 동태적 시간변형함수에 의한 위상변동 비중이 32.9%로 높게 나타났지만 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 4.1%와 5.5%로 매우 낮게 나타났다. 이러한 추정결과는 통계청이 발표한 내용과 일관성을 가진다.

통계청에 따르면 경기선행지수의 경우 기준순환일에 대하여 약 9.3개월 정도 선행성을 가지는 것으로 나타났으며, 경기동행지수는 기준순환일에 대하여 약 0.1개월 정도 선행하는 것으로 보고되었다.<sup>6)</sup> 이러한 내용은 경기선행지수의 약 9.3개월 선행성이라는 속성으로 인하여 GDP와 경기선행지수간의 시차가 3사분기로 나타나 위상변동 RMSE가 크다는 것을 의미하며, 이러한 내용이 세 가지 다른 시간변형함수의 추정결과로 확인되었다고 볼 수 있다. 또한 경기동행지수의 경우 분기별로 GDP와 동행한다는 통계청의 발표내용은 추정된 시간변형함수로 조정되었을 경우 경기동행지수의 위상변동 RMSE의 비중은 낮게 나타나야 한다는 것을 시사한다. 경기동행지수의 위상변동 RMSE는 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 4.1%와 5.5%로 매우 낮게 나타나 통계청의 발표내용과 일관성을 갖는다고 볼 수 있다. 그러나 동태적 시간변형함수의 경우에는 32.9%로 높게 나와 경기동행지수의 위상변동을 추정하기 위한 방법으로 동태적 시간변형함수

6) 통계청 “제8차 경기종합지수 개편결과” (2012) 참고.

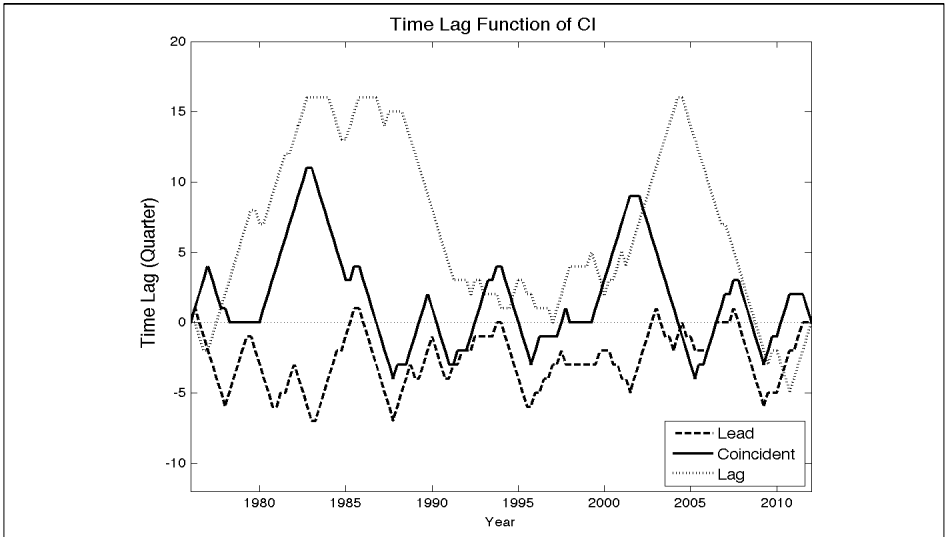
기법은 적절하지 않다는 것을 시사한다고 볼 수 있다. 한편 경기후행지수의 경우 후행성으로 인한 위상변동 비율이 동태적 시간변형함수에 의하면 37.8%, 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 20.2%와 27.7%로 나타났다.

요약하면 시간변형함수의 추정결과는 통계청의 경기종합지수의 시차에 관한 발표내용과 일관성을 갖는다고 볼 수 있다. 다만 동태적 시간변형함수의 경우 전체 RMSE를 최소화하는 방법으로 시간변형함수를 추정하는 기준으로 인하여 경기동행지수의 시차가 과대 추정되는 것으로 나타났다.

## (2) 시간변형함수

표본기간 내에 물리적 시간과 시간변형함수에 의한 시차가 어떻게 나타나는지를 살펴보기로 하자. 〈그림 4〉는 GDP에 대한 경기종합지수의 동태적 시간변형함수 추정결과를 나타낸 그래프이다. 그림에서 긴 점선은 경기선행지수, 실선은 경기동행지수, 짧은 점선은 경기후행지수를 각각 나타낸다.

〈그림 4〉 경기종합지수의 동태적 시간변형함수



〈그림 4〉의 수평축은 물리적 시간  $t$ 를 나타내며 수직축은 동태적 시간변형함수의 추정치  $\hat{h}_i^d$ 와 물리적 시간의 차이인  $\hat{h}_i^d - t$ 를 나타낸다. 시간변형함수의 추정치

와 물리적 시간의 차이가 양의 값을 가지면 즉  $\hat{h}_i^d - t > 0$ 이면 비교대상인 실질 GDP에 대하여 후행하는 것을 나타내며,  $\hat{h}_i^d - t < 0$ 이면 GDP에 대하여 선행하는 것을 나타낸다. 앞서 언급하였듯이 시간변형함수의 추정치를 해석할 때 유의하여야 할 사항은 시간변형함수는 표본기간이  $T = [t_1, t_T]$ 일 때  $h(t_1) = t_1$ 이고  $h(t_T) = t_T$ 인 경계조건으로 인하여 종점문제가 발생하기 때문에 추정치의 유의성을 일정한 표본기간 이를테면  $[0.1T, 0.9T]$  기간 내에서 찾아야 한다는 점이다.

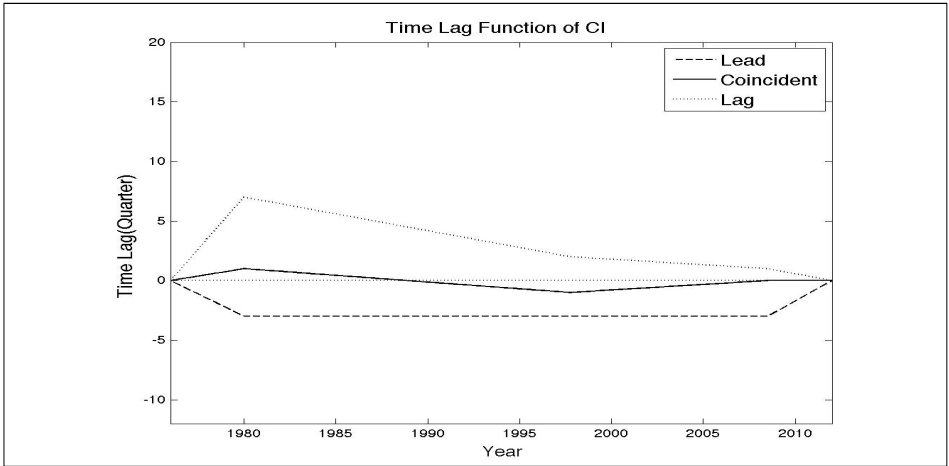
〈그림 4〉에 나타난 GDP에 대한 경기종합지수의 동태적 시간변형함수 추정결과를 살펴보면, 경기선행지수는 영의 수평선 아래에 위치하고 있어서 실질 GDP 보다 선행하여 나타난다고 볼 수 있으며, 경기후행지수는 대부분 영의 수평선보다 위에 존재하여 후행한다고 볼 수 있다. 경기동행지수인 실선 그래프는 영의 수평선을 중심으로 변동하는 모습을 볼 수 있다. 경기선행지수의 경우 GDP에 대하여 평균적으로 약 2.75분기 정도 선행하는 것으로 나타났다. 경기동행지수의 경우 영을 교차하면서 GDP에 대하여 평균적으로 약 1.62분기 정도 후행하는 것으로 나타났으며, 경기후행지수의 경우에는 GDP에 대하여 평균적으로 약 6.62분기 정도 GDP에 대하여 후행하는 것으로 나타났다.

〈그림 4〉에 나타난 중요한 특징 중의 하나로 1997년 IMF 위기 상황을 전후하여 나타난 동태적 시간변형함수의 추정치가 경기종합지수가 가지도록 고안된 일반적인 선행성 및 후행성과 일관성을 가지지 못하고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 1997년 IMF 위기 사태로 인한 경기변동 폭이 매우 컸기 때문에 전체 변동을 최소화하는 기준으로 시간변형함수를 찾는 동태적 시간변형함수 기법이 위상오차 변동을 적절히 찾아내지 못했다는 점을 보여준다고 할 수 있다. 또한 부분적으로는 1997년을 전후한 시기에 경제변수들이 IMF 위기 사태가 올 정도의 급격한 경기변동에 대한 정보를 제대로 반영하지 못했기 때문에 이러한 정보가 경기종합지수에도 제대로 반영이 되지 못했었다는 점을 시사한다고 볼 수 있다.

〈그림 5〉는 GDP에 대한 경기종합지수의 이정표 시간변형함수 추정결과를 나타낸 그래프이다. 그림에서 긴 점선은 경기선행지수, 실선은 경기동행지수, 짧은 점선은 경기후행지수를 각각 나타낸다. 마찬가지로 수평축은 물리적 시간을 나타내며 수직축은 시간변형함수의 추정치와 물리적 시간의 차이를 나타낸다.

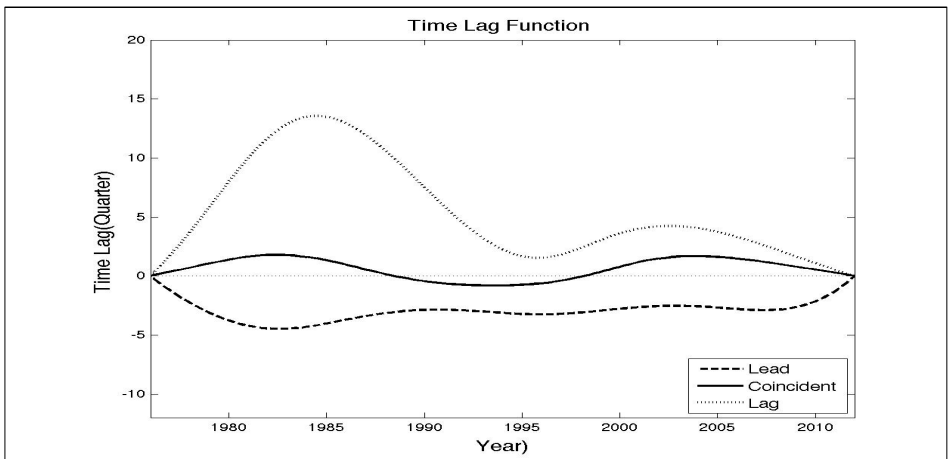


〈그림 5〉 경기종합지수의 이점표시간변형함수



GDP에 대한 경기종합지수의 이점표 시간이동함수 추정결과를 살펴보면, 우선 경기선행지수의 경우 경계구간을 제외한 나머지 구간에서 GDP에 대하여 항상 선행하는 것으로 나타났으며, 평균적으로 약 2.68분기 정도 선행하는 것으로 나타났다. 경기후행지수의 경우 경계구간을 제외한 나머지 구간에서 GDP에 대하여 항상 후행하는 것으로 나타났으며, 평균적으로 2.72분기 정도 후행하는 것으로 나타났다. 경기동행지수의 경우 실선의 그래프가 영을 기준으로 움직이며 GDP와 대체적으로 동행하는 것으로 나타났다.

〈그림 6〉 경기종합지수의 프로크루스테스 시간변형함수



〈그림 6〉은 GDP에 대한 경기종합지수의 프로크루스테스 시간변형함수 추정결과를 나타낸 그래프이다. 그림에서 수평축은 물리적 시간을 나타내며 수직축은 시간변형함수의 추정치와 물리적 시간의 차이를 나타내며, 긴 점선은 경기선행지수, 실선은 경기동행지수, 짧은 점선은 경기후행지수를 각각 나타낸다.

GDP에 대한 경기종합지수의 프로크루스테스 시간이동함수 추정결과를 살펴보면, 경기선행지수는 영의 수평선을 아래에 위치하고 있어서 실질 GDP 보다 선행하여 나타난다고 볼 수 있으며, 경기후행지수는 대부분 영의 수평선보다 위에 존재하여 후행한다고 볼 수 있다. 경기동행지수인 실선 그래프는 영의 수평선을 중심으로 변동하는 모습을 볼 수 있다. 경기선행지수의 경우 경계 구간을 제외한 나머지 구간에서 GDP에 대하여 항상 선행하는 것으로 나타났으며, 평균적으로 약 2.97분기 정도 선행하는 것으로 나타났다. 경기후행지수의 경우 경계 구간을 제외한 나머지 구간에서 GDP에 대하여 항상 후행하는 것으로 나타났으며, 평균적으로 5.45분기 정도 후행하는 것으로 나타났다. 경기동행지수의 경우 수평선인 영을 중심으로 약간의 변동을 보이지만 변동폭이 작아 대체적으로 GDP와 동행하는 것으로 나타났다.

### (3) 경기변동시점과 시간변형함수

경기변동 분석에서 중요한 것 중 하나가 경기변동시점에 관한 분석이다. 본 논문에서 추정한 시간변형함수가 실제 발생한 경기변동의 정점과 저점을 어느 정도의 시차를 두고 예측하는지에 관하여 살펴보기로 하자.

본 논문의 분석대상인 실질 GDP를 연속함수로 추정한 기저함수의 일차도함수 즉 식 (7)에 나타난 함수의 변동시점인 정점과 저점을  $t_j^y$ 라고 하자. 추정된 시간변형함수를  $\hat{h}(\cdot)$ 라고 하면 추정된 시간변형함수로 추산되는 경기변동시점은  $\hat{h}(t_j^y)$ 가 된다.<sup>7)</sup> 따라서 경기변동시점인 정점과 저점에서 나타나는 GDP와 각 경기종합지수의 시차를 시간변형함수를 이용하여  $\hat{h}(t_j^y) - t_j^y$ 로 나타낼 수 있다. 일반적으로 GDP에 대한 경기선행지수의 시차는 경기선행지수의 선행성으로 인하여  $h(t_j^y) - t_j^y < 0$

7) 추정치  $\hat{h}(t)$ 는 달력시간  $t$ 이 주어졌을 때 조건부 평균의 개념이 된다. 그러나 추정된 시간변형함수  $\hat{h}(\cdot)$ 에 대한 확률적 분포가 알려져 있지 않기 때문에 확률적 불확실성에 대한 분석에는 한계를 가진다.

이기 때문에 시차의 추정치  $\hat{h}(t_j^y) - t_j^y$ 도 음의 값을 가질 것으로 예상할 수 있다. 같은 논리로 동행지수의 시차의 추정치  $\hat{h}(t_j^y) - t_j^y$ 는 영에 가까운 값을 가지며, 후행지수는 양의 값을 가질 것으로 예상된다. 이러한 예상대로 추정치가 나타나는지 살펴보자.

〈표 3〉은 GDP에 대한 일차도함수의 정점·저점에서 나타나는 경기종합지수와 시차의 추정치  $\hat{h}(t_j^y) - t_j^y$ 를 나타낸 표이다. 〈표 3〉을 살펴보면 경기선행지수의 경기변동에 대한 시차는 앞서 언급한 예상과 같이 시간변형함수 추정방법에 상관없이 음의 값을 가지는 것으로 나타나 항상 GDP에 대하여 선행하고 있음을 보여 주었다. GDP에 대한 경기선행지수의 시차는 동태적 시간함수에 의한 추정치는 평균적으로 2.75분기로 나타났으며, 이정표 시간변형함수에 의한 추정치는 2.99분기, 프로크루테스 시간변형함수에 의한 추정치는 2.90분기 선행하는 것으로 나타났다. 이는 경기선행지수의 경우 기준순환일에 대하여 약 9.3개월 즉 3분기 정도 선행한다는 통계청의 분석 결과와 매우 근접한 결과를 보여 주는 것이라 할 수 있다.

한편 경기동행지수의 시차 추정치는 영을 기준으로 교차하는 것으로 나타났으며 평균적으로 동태적 시간변형함수에서는 1.25분기, 이정표 시간변형함수에서는 0.05분기, 프로크루테스 시간변형함수에서는 0.55분기 정도 후행하는 것으로 나타났다. 이러한 추정결과 또한 동태적 시간변형함수를 제외하고는 기준순환일에 대하여 약 0.1개월 정도 선행한다는 통계청의 분석과 비교하여 볼 때, 1분기 이내의 시차를 가지는 동행성을 보여주기 때문에 통계청의 분석과 일관적인 추정결과라고 볼 수 있다.

GDP에 대한 경기후행지수의 시차관계는 평균적으로 동태적 시간변형함수에서는 6.55분기, 이정표 시간변형함수에서는 3.16분기, 프로크루테스 시간변형함수에서는 5.46분기 정도 후행하는 것으로 나타났다. 경기후행지수의 경우 통계청에서 시차분석에 대한 내용은 발표하지 않고 있다. 하지만 시간변형함수의 추정치를 통하여 볼 때 1990년을 전후하여 1990년 이전에는 GDP와 시차가 크게 차이가 나는 것을 볼 수 있으며, 90년 이후에는 동태적 시간변형함수의 2004년 2사분기를 제외하고 4분기이내의 시차를 가지고 있다는 것을 알 수 있다.

이상을 요약하면 실질 GDP와 경기종합지수에 대한 시차 분석을 (i) 위상변동에 의한 오차분석, (ii) 시간변형함수 추정치에 의한 시차분석, (iii) 경기변동시점과

시간변형함수에 의한 예측시점 분석을 통하여 보았을 때, 시간변형함수를 통한 추정 결과가 통계청에서 발표한 경기종합지수의 시차분석 내용과 일관성을 갖는다는 것을 알 수 있다. 다만, 1997년 발생한 IMF 위기 상황을 전후한 급격한 경기변동은 경기종합지수의 시간변형함수 추정치에 적절히 반영되지 못할 수 있으며, 특히 동태적 시간변형함수의 경우 이러한 현상이 뚜렷하게 나타났다.

〈표 3〉 GDP 일차도함수 정점·저점에 대한 경기종합지수의 시차관계

GDP 정점·저점	동태적 시간변형함수			이정표 시간변형함수			프로크루스테스 시간변형함수		
	경기 선행 지수	경기 동행 지수	경기 후행 지수	경기 선행 지수	경기 동행 지수	경기 후행 지수	경기 선행 지수	경기 동행 지수	경기 후행 지수
	지수	지수	지수	지수	지수	지수	지수	지수	지수
1976. 3/4	0	2	-1	-0.38	0.13	0.88	-0.63	0.17	0.85
1977. 4/4	-5	1	1	-1.31	0.44	3.06	-2.01	0.60	3.20
1980. 1/4	-3	0	7	-3.00	1.00	7.00	-3.78	1.37	7.98
1982. 4/4	-6	11	16	-3.15	0.69	6.23	-4.48	1.79	12.64
1984. 3/4	-2	5	14	-3.25	0.49	5.73	-4.18	1.48	13.56
1986. 4/4	-3	0	16	-3.38	0.24	5.10	-3.48	0.65	12.22
1989. 1/4	-4	-1	12	-3.51	-0.01	4.46	-2.97	-0.18	9.11
1990. 3/4	-3	-1	6	-3.59	-0.18	4.04	-2.85	-0.55	6.70
1992. 3/4	-1	0	3	-3.70	-0.41	3.48	-2.96	-0.78	3.78
1995. 1/4	-4	0	3	-3.85	-0.69	2.77	-3.22	-0.75	1.68
1997. 4/4	-3	1	3	-4.00	-1.00	2.00	-3.13	-0.16	2.21
1999. 4/4	-2	2	3	-3.81	-0.81	1.81	-2.82	0.67	3.47
2004. 2/4	-1	0	16	-3.40	-0.40	1.40	-2.60	1.68	3.98
2006. 2/4	-1	-1	9	-3.21	-0.21	1.21	-2.82	1.43	3.19
2008. 3/4	-3	0	1	-3.00	0.00	1.00	-2.79	0.92	1.94
2010. 3/4	-3	1	-4	-1.29	0.00	0.43	-1.76	0.41	0.80
평균시차	-2.75	1.25	6.56	-2.99	-0.05	3.16	-2.90	0.55	5.46
저점 평균시차	-2.13	0.88	6.88	-3.03	-0.02	3.24	-2.88	0.56	5.43
정점 평균시차	-3.38	1.63	6.25	-2.95	-0.07	3.08	-2.93	0.53	5.49

IV. 산업생산지수와 전력발전량

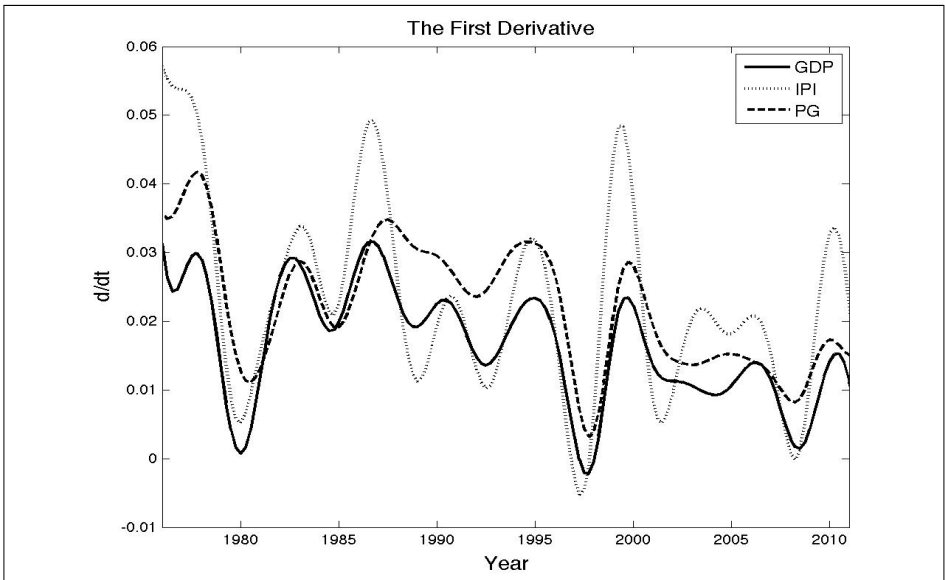
앞서 경기종합지수에 대해서 시간변형함수를 통한 시차분석을 한 결과가 경기종합지수 본래의 목적과 일관되게 나타났음을 보았다. 이로서 시간변형함수를 통한

시차분석이 한국의 경기변동 시차분석에 일관성 있게 적용될 수 있는 방법임을 알 수 있다. 이제 경기종합지수처럼 경기변동과 시차가 날 수 있도록 고안된 지표는 아니지만 경기변동에 관한 보조지표로 활용되는 산업생산지수와 전력발전량에 있어서 경기변동과 선행성 혹은 동행성이 나타나는지 살펴보기로 하자.

## 1. 평활화

실질 GDP의 기저함수에 대한 일차도함수와 함께 산업생산지수와 전력발전량을 평활화한 기저함수로 추정한 후 도출한 일차도함수를 시간별로 비교하여 보자.

〈그림 7〉 GDP, 산업생산지수, 전력발전량의 일차도함수



〈그림 7〉은 GDP, 산업생산지수, 전력발전량의 일차도함수 추정치를 나타낸 그림으로서 검정색 굵은 실선은 GDP 일차도함수를 나타내며, 짧은 점선은 산업생산지수, 긴 점선은 전력발전량을 나타낸다. 전력발전량의 일차도함수는 GDP와 유사한 위상변동과 진폭변동을 가지고 있는 것을 볼 수 있다. 반면 산업생산지수의 일차도함수는 GDP 일차도함수와 유사한 위상변동을 가지지만 진폭변동은 GDP보다 큰 패턴을 가지는 것을 볼 수 있다. 또한 GDP와 산업생산지수, 전력발전량의 저점

을 비교해보면, 1980년도 유류파동, 1998년 외환위기, 2008년 금융위기 등 대형 경기침체에 대하여 공통적으로 저점을 형성하고 있는 것을 볼 수 있다.

2. 시간변형함수 추정결과

(1) 위상변동 분산

실질 GDP에 대한 산업생산지수와 전력발전량의 시간변형함수에 따른 위상변동성의 변화를 RMSE를 통하여 비교하여 보자. <표 4>에서 실질 GDP와 물리적 시간에 의한 산업생산지수의 전체 RMSE는  $9.10 (\times 10^{-4})$ 로 추정되었으며, 전력발전량의 전체 RMSE는  $6.76 (\times 10^{-4})$ 로 추정되었다.

<표 4> 시간변형함수 추정방법에 따른 GDP에 대한 경기종합지수의 평균제곱근오차 비교  
(단위:  $\times 10^{-4}$ , %는 변화율)

추정법\변수	산업생산지수	전력발전량
물리적 시간	9.10	6.76
동태적 시간변형함수	6.04	4.97
	33.6%	26.5%
이정표 시간변형함수	8.96	6.46
	1.5%	4.4%
프로크루스테스 시간변형함수	8.75	6.39
	3.8%	5.5%

산업생산지수를 동태적 시간변형함수에 의해 조정된 시간으로 위상오차를 제거하였을 때 추정된 RMSE는  $6.04 (\times 10^{-4})$ 이다. 따라서 동태적 시간변형함수에 의해 조정된 산업생산지수의 위상변동의 RMSE 크기는 3.06 (=  $9.10 - 6.04$ ) ( $\times 10^{-4}$ )이며, 전체 RMSE에서 위상변동에 의한 RMSE 비율이 33.6% (=  $3.06 / 9.10$ )로 나타났다. 즉 동태적 시간변형함수로 시차를 조정할 경우 산업생산지수와 GDP 간의 변동오차는 약 33.6% 줄어든다고 볼 수 있다. 반면 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 산업생산지수와 GDP 간의 변동오차 변화율이 1.5%와 3.8%로 매우 낮게 나타났다.

<표 4>를 살펴보면 전력발전량의 경우에도 산업생산지수의 경우와 거의 비슷한

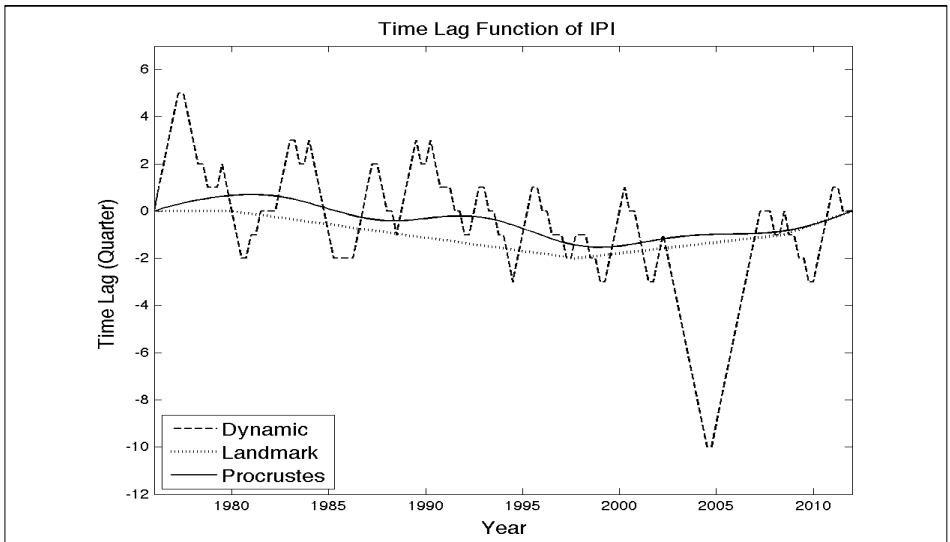
결과를 보여주고 있다. 전력발전량의 시간변형함수에 의한 위상변동 RMSE 비율이 동태적 시간변형함수에 의하면 26.5%로 크게 나타났지만, 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에 의하면 각각 4.4%와 5.5%로 매우 낮게 나타났다.

이러한 결과는 앞서 경기종합지수의 경우에도 나타났듯이 동태적 시간변형함수의 경우에는 전체 RMSE를 최소화하는 기준으로 위상오차의 시차를 추정하기 때문에 두 변수의 동행성이 뚜렷할 경우 이를 제대로 반영하지 못한다는 단점이 있다. 반면 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수를 통해 보았을 때 산업생산지수와 전력발전량은 GDP와 뚜렷한 동행성을 보여 준다고 할 수 있다.

## (2) 시간변형함수

〈그림 8〉은 GDP에 대한 산업생산지수의 시간변형함수 추정결과를 나타낸 그래프이다. 수평축은 물리적 시간을 나타내며 수직축은 시간변형함수의 추정치와 물리적 시간의 차이를 나타낸다. 〈그림 8〉에서 긴 점선은 동태적 시간변형함수, 짧은 점선은 이정표 시간변형함수, 실선은 프루크루테스 시간변형함수를 각각 나타낸다.

〈그림 8〉 산업생산지수의 시간변형함수

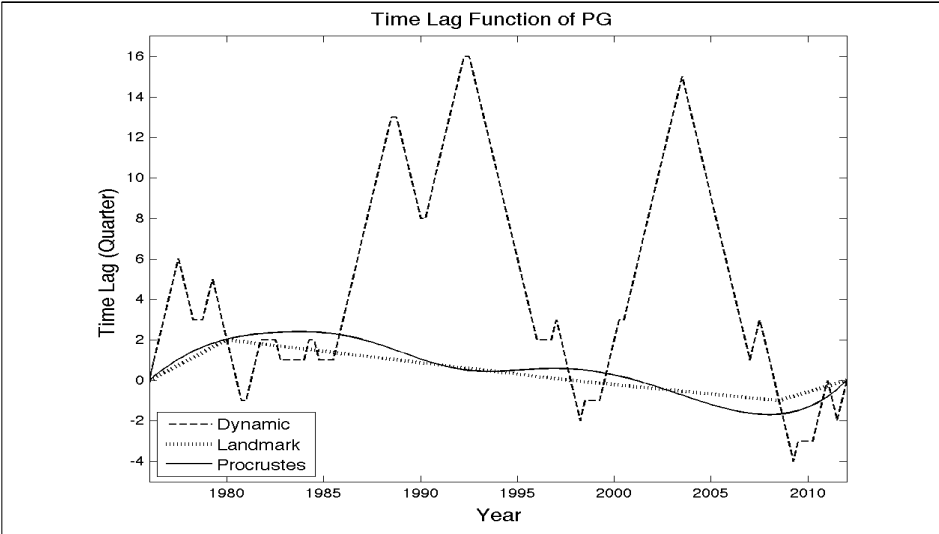


〈그림 8〉에서 동태적 시간변형함수에 의하면 산업생산지수의 변동은 GDP의 변

동과 비교하여, 1977년 2사분기에는 최대 5분기 후행하여 나타나고, 2004년 2사분기에는 최대 10분기 선행하여 나타나지만, 대부분 구간에서는 2분기 이내의 시차를 두고 선행 및 후행을 하는 것으로 나타났다. 이정표 시간변형함수에 의한 추정치에 따르면 산업생산지수는 약간의 선행성을 보이지만 전 기간에 걸친 1분기 이내로 선행 혹은 동행하는 것으로 나타났다. 한편 프로크루스테스 시간변형함수의 결과 또한 산업생산지수는 1985년 3사분기 이전에는 후행하며 이후에는 GDP에 대하여 선행하지만 전 기간에 걸쳐 1분기 이내로 선행 혹은 동행하는 것으로 나타났다.

〈그림 8〉에서 동태적 시간변형함수는 영을 중심으로 한 수평선을 중심으로 크게 변화하는 것을 보여 주고 있는데, 이는 앞서 언급한대로 동행성이 뚜렷하지만 전체 변동성이 큰 경우 나타나는 동태적 시간변형함수의 속성 때문으로 볼 수 있다. 이정표 시간변형함수와 프로크루테스 시간변형함수의 경우 1995년 이후 추정치의 그래프가 영의 수평선을 중심으로 약간 아래에 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 1995년 이후 산업생산지수에 의한 경기변동 정보가 실질 GDP에 나타나는 경기변동 현상보다 약간 선행하여 나타난다는 것을 시사한다고 볼 수 있다.

〈그림 9〉 전력발전량의 시간변형함수



〈그림 9〉는 GDP에 대한 전력발전량의 시간변형함수 추정결과를 나타낸 그래프이다. 그림에서 긴 점선은 동태적 시간변형함수, 짧은 점선은 이정표 시간변형함



수, 실선은 프루크루테스 시간변형함수를 각각 나타낸다.

〈그림 9〉에서 전력발전량의 동태적 시간변형함수를 살펴보면 대부분의 구간에서 영보다 큰 그래프를 보이고 있어 전력발전량에 의한 경기변동 정보는 GDP의 경기변동 현상보다 후행하여 나타난 것을 알 수 있으며, 1992년 3사분기에는 최대 16분기 후행하는 것으로 나타났다. 한편 이정표 시간변형함수의 추정치에 의하면 1997년 4사분기 이전에는 전력발전량의 변동이 GDP의 변동보다 후행하여 나타났지만, 1997년 4사분기 이후에는 전력발전량의 변동이 GDP의 변동보다 선행하여 나타났다. 프루크루테스 시간변형함수에 의하면 2001년 1사분기 이전에는 전력발전량의 변동이 GDP의 변동에 대하여 후행하여 나타났지만, 2001년 2사분기 이후에는 전력발전량의 변동이 GDP의 변동에 대하여 선행하는 것으로 나타났다. 전력발전량은 2000년 이전에는 경기변동에 대하여 후행성을 2000년 이후에는 약간의 선행성을 보이지만, 전체적으로 1분기 이내의 동행성을 보인다고 할 수 있다.

요약하면 전체 변동이 크며 동행성이 뚜렷할 경우 나타나는 동태적 시간변형함수의 과대 추정치를 감안한다면, 이정표 시간변형함수와 프루크루테스 시간변형함수의 추정치에 의한 산업생산지수와 전력발전량은 실질 GDP에 나타난 경기변동과 1분기 이내로 동행한다고 볼 수 있다.

### (3) 경기변동시점과 시간변형함수

GDP의 일차도함수에 나타난 경기변동의 정점과 저점  $t_j^y$ 와 산업생산지수와 전력발전량의 시간변형함수를 통한 정점과 저점  $\hat{h}(t_j^y)$ 을 비교하여 보기로 하자. 시차의 추정치  $\hat{h}(t_j^y) - t_j^y$ 가 음의 값으로 나타나면 산업생산지수와 전력발전량의 변동이 GDP의 변동을 선행하여 나타난다고 볼 수 있다. 반면 양의 값은 후행성을 나타낸다.

〈표 5〉는 경기변동에 의하여 나타난 GDP의 일차 도함수의 정점·저점이 나타난 시점과 산업생산지수 및 전력발전량의 시간변형함수의 추정치간의 차이를 보여주고 있다. 산업생산지수의 경우 시간변형함수의 추정방법과 상관없이 1995년 1사분기 이후 음의 값으로 나타났기 때문에 GDP의 정점과 저점보다 선행하여 나타난다고 볼 수 있다. 하지만 1995년 이전에는 시간변형함수 추정방법에 따라 선행·후행관계가 혼합되어 있는 것을 볼 수 있다. 전력발전량의 경우 최근에 음의 값을 가져서,

GDP의 변동에 대하여 전력발전량의 변동이 후행하여 나타나다가, 최근에 들어서 전력발전량의 변동이 GDP의 변동에 선행하여 나타나고 있다는 것을 알 수 있다.

〈표 5〉 GDP 경기변동의 정점·저점과 산업생산지수 및 전력발전량의 시간변형함수에 의한  
정점·저점의 비교

(단위: 분기)

GDP 정점·저점	산업생산지수			전력발전량		
	동태적 시간변형함수	이정표 시간변형함수	프로크루 스테스 시간변형함수	동태적 시간변형함수	이정표 시간변형함수	프로크루 스테스 시간변형함수
1976. 3/4	2	0.00	0.13	2	0.25	0.38
1977. 4/4	4	0.00	0.39	5	0.88	1.18
1980. 1/4	0	0.00	0.66	2	2.00	2.03
1982. 4/4	2	-0.31	0.57	1	1.69	2.38
1984. 3/4	1	-0.51	0.22	2	1.49	2.39
1986. 4/4	0	-0.76	-0.28	6	1.24	2.08
1989. 1/4	1	-1.01	-0.39	12	0.99	1.40
1990. 3/4	2	-1.18	-0.27	9	0.82	0.91
1992. 3/4	0	-1.41	-0.23	16	0.59	0.50
1995. 1/4	-1	-1.69	-0.73	6	0.31	0.50
1997. 4/4	-1	-2.00	-1.44	0	0.00	0.57
1999. 4/4	-1	-1.81	-1.50	1	-0.19	0.32
2004. 2/4	-9	-1.40	-1.01	12	-0.60	-0.96
2006. 2/4	-4	-1.21	-0.97	4	-0.79	-1.50
2008. 3/4	0	-1.00	-0.84	-1	-1.00	-1.67
2010. 3/4	-1	-0.43	-0.44	-2	-0.43	-1.09
평균시차	-0.31	-0.92	-0.38	4.69	0.45	0.59
저점 평균시차	-0.75	-0.92	-0.36	5.63	0.46	0.58
정점 평균시차	0.13	-0.92	-0.40	3.75	0.44	0.60

산업생산지수의 경우 동태적 시간변형함수에서는 1995년 1사분기 이전에는 GDP에 대하여 후행하고 있으며 1977년 4사분기에 최대 4분기 정도 후행하는 것으로 나타났다. 1995년 1사분기 이후에는 GDP에 대하여 선행하고 있으며 2004년 2사분기에 최대 9분기 정도 선행하는 것으로 나타났다. 평균적인 시차에서는 산업생산지수가 GDP에 대하여 약 0.31분기 정도 선행하는 것으로 나타났으나, 정점과 저점에

서 선·후행관계가 상이하게 나타났으며 저점에서는 평균적으로 0.75분기 선행하는 것으로 나타났으나 정점에서는 평균적으로 0.13분기 후행하는 것으로 나타났다.

이정표 시간변형함수에서는 1980년 1사분기 이전에는 산업생산지수가 GDP와 동행하는 것으로 나타났으며, 1980년 1사분기 이후에는 산업생산지수가 GDP에 대하여 선행하는 것으로 나타났다. 이정표 시간변형함수 추정치에 의하면 산업생산지수의 변동은 정점과 저점에 상관없이 GDP의 변동에 대하여 평균적으로 0.92분기 정도 선행하는 것으로 나타났다.

프로크루스테스 시간변형함수의 추정결과에 따르면 산업생산지수의 변동은 1986년 4사분기 이전에는 GDP에 대하여 후행하는 것으로 나타났으나, 이후에는 대체적으로 1분기 미만으로 GDP의 변동에 대하여 선행하는 것으로 나타났다. 이러한 결과를 종합하여 살펴보았을 때 산업생산지수의 경우에는 평균적으로 GDP에 대하여 선행하는 것으로 나타났지만 선행시차가 1분기 미만으로 대체적으로 분기별 GDP와 동행하는 것으로 볼 수 있다.

〈표 5〉의 시간변형함수 추정 방법에 따른 전력발전량의 시차관계를 살펴보면 동태적 시간변형함수에 의하면 다른 시간변형함수에 비하여 평균적으로 시차가 크게 차이나는 것을 알 수 있으며, 이는 앞서 언급하였듯이 경기변동의 진폭이 크고 동행성이 뚜렷할 경우 나타나는 동태적 시간변형함수의 특성으로 인한 것으로 볼 수 있다.

한편 이정표 시간변형함수를 살펴보면 1997년 4사분기 이후 전력발전량의 변동이 GDP의 변동에 대하여 선행하는 것으로 나타났으며, 2008년 3사분기에는 최대 1분기 정도 선행하는 것으로 나타났다. 프로크루스테스 시간변형함수에서도 2004년 2사분기 이후 전력발전량의 변동이 GDP의 변동에 대하여 선행하는 것으로 나타났으며, 2008년 3사분기에는 최대 1.67분기 정도 선행하는 것으로 나타났다.

이상의 GDP에 대한 산업생산지수와 전력발전량의 시간변형함수 추정결과를 정리해 보면, 동태적 시간변형함수의 경우 진폭변동의 차이가 크고 자료의 동행성이 뚜렷할 경우 추정치가 과대하게 나타나 허구적 시간변형의 가능성이 있는 것으로 나타났다. 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수에서는 유사한 패턴의 시간변형함수가 추정되었으며, 1980년대를 제외하고 나머지 구간에서는 GDP와 시차관계가 1분기 미만의 동행관계로 나타났다. 1997년 외환위기 이후로 산업생산지수와 전력발전량의 변동은 GDP의 변동에 대하여 동행하거나 1분기 이내로 선

행하는 것으로 나타났다. 따라서 전력발전량은 산업생산지수와 함께 경기변동에 대한 경기동행지표로 사용하여도 무방함을 시사한다고 할 수 있다. 특히 전력발전량의 경우 산업생산지수와 달리 작성시점과 발표시점이 일치하기 때문에 경기동향에 대한 즉각적인 정보가 반영되어 있어 경기동행지표로 활용가능성이 높다는 점을 보여주고 있다.

## V. 요약 및 결론

본 논문에서는 시간변형함수를 이용하여 GDP에 나타난 경기변동 정보가 경기종합지수와 산업생산지수 그리고 전력발전량에서 어느 정도의 시차를 두고 나타나는지를 분석하였다. 비선형 변동패턴을 가지는 경기변동을 분석하기 위하여 실질 GDP를 연속 기저함수로 추정한 후 이에 대한 장기추세를 제거한 일차도함수를 분석대상으로 삼았다. GDP의 일차도함수를 추정한 방법과 동일하게 경기선행지수, 경기동행지수, 경기후행지수와 산업생산지수 그리고 전력발전량의 일차도함수를 추정한 후 GDP의 일차도함수와 비교를 통하여 시간변형함수를 추정하였다. 시간변형함수는 동태적 시간변형함수 추정법, 이정표 시간변형함수 추정법, 프로크루스테스 시간변형함수 추정법으로 각각 추정하였다.

한국 경기종합지수의 시간변형함수 추정 결과는 대체적으로 통계청이 발표한 경기종합지수의 의도된 시차와 일관성을 가지는 것으로 나타났다. 다만 1997년 경제불황을 전후하여 경기 변동 진동 폭이 크게 나타났을 때, 동행성이 큰 변수에 대하여 동태적 시간변형함수는 시차를 과대 추정하는 것으로 나타났다. 산업생산지수와 전력발전량의 시간변형함수를 추정하여 GDP의 변동과 시차를 분석한 결과, 산업생산지수와 전력발전량의 변동은 이정표 시간변형함수와 프로크루스테스 시간변형함수 추정결과에서 GDP의 변동과 동행하는 것으로 나타났다. 따라서 전력발전량의 경우 다른 경기변동지표와 달리 작성시점과 발표시점간 시차가 존재하지 않기 때문에 즉각적인 경기동향지수로서의 활용 가능성이 높다고 할 수 있다.

본 연구는 한국의 경기변동지표에 관한 시차분석에 함수적 자료 추정방법과 시간변형함수의 응용 가능성을 처음으로 소개하였으며, 전력발전량이 GDP의 경기변동에 대한 동행성 정보를 즉각적으로 보여준다는 사실을 검증하였다는 점에서 의의가 있다고 할 수 있다.

## ■ 참 고 문 헌

1. 김신희, “경기종합지수 작성방법의 비교 연구,” 『통계분석연구』, 제3권, 제1호, 1998, pp. 21-60.  
(Translated in English) Kim, Shin Ho, “Studies on Indexes for Business Cycles,” *Journal of The Korean Official Statistics*, Vol. 3, No. 1, 1998, pp. 21-60.
2. 신기일, “경기 분야 국가통계 품질진단 연구용역,” 『통계청』, 2007.  
(Translated in English) Shin, Ki Il, “Reports on the Quality of National Statistics for Business Cycles,” Statistics Korea, 2007.
3. 양준모, “우리나라 경기변동의 양태에 관한 연구,” 『경제학연구』, 제47권, 제1호, 1999, pp. 3-23.  
(Translated in English) Yang, Jun-Mo, “Some Stylized Fact of Korean Business Cycles,” *The Korean Journal of Economic Studies*, Vol. 47, No. 1, 1999, pp. 3-23.
4. 양준모 · 최진석, “경기선행지수의 동태적 특성과 선행성에 관한 연구,” 『통계연구』, 제13권, 제2호, 2008.  
(Translated in English) Yang, Jun-Mo and Jin-suk Choi, “On the Dynamic Characteristics and Leading Timing of the Leading Index,” *Journal of The Korean Official Statistics*, Vol. 13, No. 2, 2008.
5. 이상철 · 박종인, “전력수요를 이용한 단기경제전망의 유용성 연구,” 『경제학연구』, 제50권, 제4호, 2002, pp. 141-169.  
(Translated in English) Rhee, Sang Chul and Jonh In Park, “The Study on Usefulness of Short-Term Economic Forecasting Using Electricity Demand,” *The Korean Journal of Economic Studies*, Vol. 50, No. 4, 2002, pp. 141-169.
6. 통계청, “제8차 경기종합지수 개편 결과,” 『통계청 보도자료』, 2012.  
(Translated in English) Statistics Korea, “The 8th Composite Index,” Press Releases, 2012.
7. Altinay, G. and E. Karagol, “Electricity Consumption and Economic Growth: Evidence from Turkey,” *Energy Economics*, Vol. 27, No. 6, 2005, pp. 849-856.
8. Aqeel, A., and M. S. Butt, “The Relationship between Energy Consumption and Economic Growth in Pakistan,” *Asia-Pacific Development Journal*, Vol. 8, No. 2, 2001, pp. 101-109.
9. Baxter, M., and R. G. King, “Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 81, No. 4, 1999, pp. 575-593.
10. Craven, P., and Wahba, G., “Smoothing Noisy Data with Spline Functions,” *Numerische Mathematik*, Vol. 31, No. 4, 1979, pp. 377-403.
11. de Boor, Carl, *A Practical Guide to Splines*, Springer, 2001.
12. Fair, R. C. and R. J. Shiller, “Comparing Information in Forecasts from Econometric Models,” *The American Economic Review*, Vol. 80, No. 3, 1990, pp. 375-389.
13. Ferguson, R. W. W., and R. Hill, “Electricity Use and Economic Development,” *Energy*

- Policy*, Vol. 28, No. 13, 2000, pp.923-934.
14. Gasser, T., and A. Kneip, "Searching for Structure in Curve Sample," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No. 432, 1995, pp.1179-1188.
15. Gervini, D., and T. Gasser, "Self-Modelling Warping Functions," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 66, No. 4, 2004, pp.959-971.
16. \_\_\_\_\_, "Nonparametric Maximum Likelihood Estimation of the Structural Mean of a Sample of Curves," *Biometrika*, Vol. 92, No. 4, 2005, pp.801-820.
17. Ghosh, S., "Electricity Consumption and Economic Growth in India," *Energy Policy*, Vol. 30, No. 2, 2002, pp.125-129.
18. Green, P. J. and B. W. Silverman, "Nonparametric Regression and Generalized Linear Models: A Roughness Penalty Approach," Chapman and Hall, 1994.
19. Hastie, T. J., and R. J. Tibshirani, "Generalized Additive Models," Chapman & Hall/Crc, 1990.
20. Heckman, N. E. and J. O. Ramsay, "Penalized Regression with Model Based Penalties," *Canadian Journal of Statistics*, Vol. 28, No. 2, 2000, pp.241-258.
21. Hodrick, R. J. and E. C. Prescott, "Postwar Us Business Cycles: An Empirical Investigation," *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, No. 1, 1997, pp.1-16.
22. Jumbe, C. B. L, "Cointegration and Causality between Electricity Consumption and GDP: Empirical Evidence from Malawi," *Energy Economics*, Vol. 26, No. 1, 2004, pp.61-68.
23. Kneip, A. and T. Gasser, "Statistical Tools to Analyze Data Representing a Sample of Curves," *The Annals of Statistics*, Vol. 20, No. 3, 1992, pp.1266-1305.
24. Liu, X. and H. G. Muller, "Functional Convex Averaging and Synchronization for Time-Warped Random Curves," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 99, No. 467, 2004, pp.687-699.
25. Maddala, G. S. and In-Moo Kim, "Unit Roots, Cointegration, and Structural Change," *Cambridge University Press*, 1998.
26. Meese, R. and J. Geweke, "A Comparison of Autoregressive Univariate Forecasting Procedures for Macroeconomic Time Series," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 2, No. 3, 1984, pp.191-200.
27. Messer, K., "A Comparison of a Spline Estimate to Its Equivalent Kernel Estimate," *The Annals of Statistics*, Vol. 19, No. 2, 1991, pp.817-829.
28. Muller, M., "Information Retrieval for Music and Motion," Springer, 2010.
29. Murry, D. A. and G. D. Nan, "A Definition of the Gross Domestic Product- Electrification Interrelationship," *The Journal of Energy and Development*, Vol. 19, No. 2, 1994, pp.275-283.
30. Narayan, P. K. and A. Prasad, "Electricity Consumption-Real GDP Causality Nexus: Evidence from a Bootstrapped Causality Test for 30 OECD Countries," *Energy Policy*, February Vol. 36, No. 2, 2008, pp.910-918.
31. Ramsay, J. O. and X. Li, "Curve Registration," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 60, 1998, pp.351-363.

32. Ramsay, J. O., N. Heckman, and B. W. Silverman, "Spline Smoothing with Model-Based Penalties," *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, Vol. 29, No. 1, 1997, pp.99-106.
33. Rathjens, P. and R. P. Robins, "Forecasting Quarterly Data Using Monthly Information," *Journal of Forecasting*, Vol. 12, No. 34, 1993, pp.321-330.
34. Rønn, B. B., "Nonparametric Maximum Likelihood Estimation for Shifted Curves," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 63, 2002, pp.243-259.
35. Sakoe, H. and S. Chiba, "Dynamic Programming Algorithm Optimization for Spoken Word Recognition," *Acoustics, Speech and Signal Processing, Ieee Transactions On*, Vol. 26, No. 1, 1978, pp.43-49.
36. Silverman, B. W., "Incorporating Parametric Effects Into Functional Principal Components Analysis," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, Vol. 51, 1995, pp.673-689.
37. Simonoff, J. S., *Smoothing Methods in Statistics*, Springer Verlag, 1996.
38. Tang, R. and H. G. Muller, "Pairwise Curve Synchronization for Functional Data," *Biometrika*, Vol. 95, No. 4, 2008, pp.875-889.
39. Wang, K. and T. Gasser, "Alignment of Curves by Dynamic Time Warping," *The Annals of Statistics*, Vol. 25, No. 3, 1997, pp.1251-1276.
40. \_\_\_\_\_, "Synchronizing Sample Curves Nonparametrically," *The Annals of Statistics*, Vol. 27, No. 2, 1999, pp.439-460.
41. Yang, H. Y., "A Note On the Causal Relationship between Energy and GDP in Taiwan," *Energy Economics*, Vol. 22, No. 3, 2000, pp.309-317.
42. Yoo, S. H., "Electricity Consumption and Economic Growth: Evidence from Korea," *Energy Policy*, Vol. 33, No. 12, 2005, pp.1627-1632.

## Business Cycles and Electricity Generation

Seokjong Kim\* · In-Moo Kim\*\*

### Abstract

This paper investigates whether electricity generation can be used as an indicator of a business cycle. We apply three estimation methods of time warping functions - dynamic, landmark, and Procrustes - to obtain precise time lags between the business cycle and the electricity generation. To find the appropriate method, we apply the three methods to estimate the time warping function of the real GDP and the composite indicators of Korea. Results show that inference with the landmark and the Procrustes methods is consistent with the purpose of the composite indicators designed by the Statistics Korea. We apply the same methods to estimate the time warping functions between the real GDP, industrial production index and electricity generation. It is found that the industrial production index and the electricity generation are both coincident with the real GDP. We propose the electricity generation as an immediate coincident indicator for the business cycle of Korea since there are no time lags between making and announcing the indicator in case of the electricity generation.

**Key Words:** business cycle, electricity generation, time warping function

**JEL Classification:** C4, E3

---

*Received: Sept. 5, 2013. Revised: Oct. 30, 2013. Accepted: Dec. 6, 2013.*

\* Ph.D. Candidate, Department of Economics, Sungkyunkwan University, Myeongnyun-dong 3-ga, Jongno-gu, Seoul 110-745, Korea, Phone: +82-2-760-1294, e-mail: dongdary@skku.edu

\*\* Corresponding Author, Professor, Department of Economics, Sungkyunkwan University, Myeongnyun-dong 3-ga, Jongno-gu, Seoul 110-745, Korea, Phone: +82-2-760-0433, e-mail: inmookim@skku.edu