

## 外換去來量과 원/달러 換率變動性的 長期記憶效果에 관한 研究\*

朱尚榮\*\* · 韓尚範\*\*\*

**논문초록** 이 논문은 동태적 혼합분포가설, 혹은 수정된 혼합분포가설이 우리나라 원/달러 외환시장에 적용되는가를 검정하였다. 실증분석 결과 일별 원/달러 환율의 변동성과 거래량은 매우 강한 장기적 기억을 갖고 있으며, 두 변수에 있어 그 지속성의 정도가 매우 유사함을 발견하였다. 이는 원/달러 시장에 유입되는 새로운 정보의 흐름이 장기적 기억을 갖고 환율의 변동성과 거래량 변화에 파급됨을 의미한다. 새로운 정보의 흐름이 환율과 거래량에 즉각적으로 전부 반영되지 않고 장기에 걸쳐 서서히 파급되는 현상은 원화가 아직 국제화되지 않은 지역통화에 불과하고, 선물환시장이 발달하지 않은 상태에서 외환거래가 수동적인 양상을 보여 온 것과 무관하지 않은 것 같다.

**핵심주제어:** 환율변동성, 거래량, 장기기억

**경제학문헌목록 주제분류:** F3

\* 이 논문은 BK21 핵심과제 사업의 지원에 의해 이루어졌다. 유익한 논평을 해주신 익명의 두 심사위원 및 한국금융학회 학술대회의 참석자들에게 감사드린다.

\*\* 세종대학교 경제무역학과 조교수, joosy@sejong.ac.kr

\*\*\* 한국증권연구원 연구위원, sbhahn@ksri.org

## I. 서론

위험(risk)에 관한 분석은 금융경제학(financial economics)의 중심에 위치하고 있다. 여러 방법을 통하여 추정된 수익률의 분산(variance)은 자산의 위험(risk)을 측정하는 데 사용되고 있는데,<sup>1)</sup> 특히 주가 및 환율을 위시한 단기(일중, 일별, 주별 등) 자산수익률에 대해서는 이분산성(heteroskedasticity)이 존재한다고 알려져 있다. ARCH류의 모형은 조건부 이분산성을 포착하는 데 큰 공헌을 하였으나, 조건부 이분산성의 발생경로에 대한 경제학적 인과관계를 규명하기에는 제한적인 도구이기도 하다.

최근에는 자산가격의 변동을 설명하는 데 있어 정보와 제도 등 금융시장의 미시적 구조(microstructure)가 미치는 영향에 대한 관심이 높아지게 되었다. 가령 전통적인 거시적 자산가격결정이론에서는 거래량(trading volume)이 가격에 미치는 효과가 명시적으로 나타나 있지 않아, 현실적으로 관찰되는 주가·환율 등의 과도한 변동성 및 거래량의 변화를 설명하는 데 제약이 따른다. 이에 따라 거래량, 매수-매도호가 차이(bid-ask spread), 식별가능한 경제적 뉴스 등의 미시적 정보가 자산가격의 변동성에 미치는 효과를 분석하는 연구가 현재 활발히 전개되고 있다.

특히 거래량과 변동성 간의 관계가 가장 많은 주목을 받아 왔는데, 주식시장의 경우에는 거래량을 관찰할 수 있다는 장점 때문에 거래량과 변동성에 관한 연구가 다수 축적되어 있으나, 외환거래는 주식거래와는 달리 거래의 투명성(trade transparency)이 매우 낮고 외환의 거래량이 잘 파악되지 않는 특성을 갖고 있다. 즉, 일반적으로 현물환의 거래량을 관찰할 수 없기 때문에 환율의 변동성과 거래량과의 관계를 다룬 실증분석이 제한적으로만 이루어져 왔다.<sup>2)</sup>

외환시장의 구조는 국가마다 상이한 형태를 띠고 있으나, 대부분의 선진 외환시장은 분산화된 복수딜러시장(decentralized multiple dealer markets)의 성격을 띤 완전경쟁시장이다. 그러나 우리나라의 경우 비록 거래량 규모가 매우 작다고 하더라도 금융결제원 자금중개실을 거쳐야 하는 제도적 요인으로 인해 외환거래량이 파악

1) 위험의 통계학적 측정 및 그 평가방법에 대해서는 한상범(2000)을 참조.

2) 외환시장에 대해서는 거래량 관찰이 가능한 통화선물시장 자료를 이용한 것이 주종을 이룬다. 예를 들어 Jorion(1996)은 CME에서 거래되는 독일 마르크화 통화선물을 대상으로, 통화선물옵션의 implied volatility와 거래량 간의 관계를 분석하였다.

되는 장점이 있다.<sup>3)</sup> 1998년 기준으로 자금증개실을 경유한 거래는 현물환이 97.3%, 선물환이 43.4%, 외환스왑이 39.0%로, 특히 현물환거래의 경우에는 금융결제원에 집계된 거래량이 전체 거래를 대표한다고 보아도 무방하다. 결국 우리나라의 경우에는 외환당국의 시장개입규모, 기타 식별가능한 경제적 뉴스와 같은 미시적 정보자료는 선진국에 비해 제한적인 데 반해 현물환 거래량 자료 면에서는 이점이 있다.

본 논문은 현물환 거래량과 원/달러 환율의 변동성 간의 관계를 분석하는 데에 초점을 맞추고자 한다. 원/달러 환율의 변동성에 관한 연구는 ARCH 모형의 추정작업을 위주로 전개되어 왔다. 우리나라는 시장평균환율제 도입 이후 환율의 일일 변동제한폭이 단계적으로 확대되는 과정을 거쳐 자유변동환율제로 이행하였다. 그러나 이근영(1996, 1998)에 따르면, 환율변동 제한정책과는 무관하게 1990년대 원/달러 환율은 선진국의 환율과 달리 비교적 안정적으로 움직이는 모습을 보여 왔으며, 환율의 변동이 극심해진 것은 외환위기 발생 이후이다. 한편 주상영(1996)은 前日の 원/달러 환율 절하가 今日的 환율 변동성을 확대시키는 경향이 있음을 발견하고, 이러한 현상이 외환당국의 비대칭적 시장개입의 결과로 나타날 수 있음을 지적하였다.

정재식·주상영(1999)은 TGARCH 모형을 이용하여 외환거래량의 증가가 원/달러 환율의 변동성을 증가시키는 동시대적 관계를 발견하였다. 한편, 일별 자료를 이용한 것은 아니지만, 이영섭·함준호(1998)는 시장평균환율제도 도입 이후 1996년 6월까지의 월별 자료를 분석한 결과, 외환거래량의 원/달러 환율에 대한 예측력을 발견하지 못하였다. 본 논문은 환율수준 또는 변화율에 대한 예측을 다루는 것은 아니며, 정재식·주상영(1999)에서 관찰된 거래량과 변동성 간의 양의 상관관계에 대하여 ARCH 모형과 다른 계량적 접근을 시도하고자 한다.

본 논문은 소위 혼합분포가설(mixture of distribution hypothesis: MDH)을 동태적(dynamic)으로 해석하는 것으로부터 출발한다. 혼합분포가설에 따르면, 시장에 새로운 정보가 유입되면서 거래량과 변동성이 동시에 증가한다. 만약 정보의 흐름(flow) 또는 유입(arrival)이 독립적이지 않고 시계열상관을 갖는 경우에는, 그것이 거래량과 변동성에 미치는 효과가 상당한 기간 동안 지속될 것이다. 물론 정보의

3) 자금증개실을 거치지 않은 은행간 직거래의 경우에도 사후적으로 자금증개실에 보고하도록 규정되어 있다.

흐름이라는 변수는 관찰할 수 없는 잠재변수(latent variable)이다. 그러나 거래량과 변동성의 움직임에서 공통적인 추세가 발견된다면, 이는 동태적 혼합분포가설이 간접적으로 입증되는 것으로 해석할 수 있다.

만약 환율의 변동성 및 외환거래량에 각각 장기기억(long memory) 효과가 존재하고 장기기억 파급경로가 서로 유사하다면, 이는 시계열상관을 가진 잠재변수의 충격이 변동성과 거래량에 동태적으로 유사한 효과를 미치고 있음을 의미한다. 여기서는 장기기억을 포착하는 기법으로 분수차분(fractional differencing) 기법을 이용하고자 한다. 일반적으로 정상적(stationary)인 시계열은 ARMA 과정으로 표현되고 자기상관계수(autocorrelation coefficient)는 지수함수 형태로(exponentially) 급격히 감소(decay)한다. 그러나 장기기억 효과가 존재하는 시계열의 경우에는 쌍곡선 형태로(hyperbolically) 느리게 감소하며, 그 정도는 분수형태의 차분계수( $d$ )로 포착된다. 본 논문에서는 거래량과 변동성에 대해 각각 차분계수를 추정하고, 스펙트럴 방법(spectral methods)을 통하여 거래량과 변동성에 동시에 가해지는 충격이 파급되면서 그 효과가 장기적으로 지속되며 느리게 사라지는 패턴이 각 변수에 대해 유사한가를 보고자 한다.

본 논문은 다음과 같이 진행된다. 제II절에서는 혼합분포가설이 거래량과 변동성 간의 상관관계에 대해 시사하는 바를 Tauchen and Pitts(1983)와 Anderson(1996)의 모형을 중심으로 전개한다. 제III절에서는 장기기억 확률과정에 초점을 맞추어 장기기억모수의 추정과 검정방법을 제시하고, 우리나라의 환율자료에 적용한 실증결과를 소개한다. 제IV절에서는 결론을 맺고 향후 연구과제에 대해 논의한다.

## II. 거래량과 변동성의 관계

자산가격의 변동성과 거래량에 관한 연구는 Clark(1973)에서 출발하여 Epps and Epps(1976), Tauchen and Pitts(1983), Anderson(1996) 등에 의하여 발전되었다. 이들 모형의 공통점은 수익률과 거래량이 관찰 불가능한 잠재적 정보의 흐름에 의존한다는 것이다. 새로운 정보가 시장에 유입되면 정보의 비대칭성 때문에 발생하는 거래, 유동성(liquidity) 거래 등 거래량의 변화가 발생하게 되고, 그 과정을 거쳐 새로운 균형에 도달하게 된다.

Tauchen and Pitts(1983) 모형에 따르면, 가격변화와 거래량은 각각 확률적으로 독립된 분포를 따르지만, 또 다른 확률변수이자 혼합변수(mixing variable)인 정보의 흐름(information flow)이 두 변수에 동시대적인 영향을 미치게 된다. 구체적으로 가격의 변동성은 유입되는 정보의 양과 시장참여자 간에 이견(disagreement)의 정도가 클수록 증가하며, 시장참여자의 수가 늘어남에 따라 감소한다. 한편 거래량은 유입되는 정보의 양, 이견의 정도, 참여자의 수에 따라 증가한다.

유입되는 정보의 양과 이견의 정도를 고려하면, 거래량과 가격의 변동성은 양의 상관관계를 갖게 되며, 참여자 수의 변화는 두 변수간에 음의 상관관계를 낳게 한다. 그러나 정보의 양, 참여자 수, 이견의 정도와 같은 변수들은 시간에 따라 변하는 동시에 관찰하기 힘들다는 단점이 있다. 다만 참여자 수의 변화가 단기적으로 무시할 만한 정도라면, 가격의 변동성과 거래량의 변화는 주로 정보의 흐름 및 예상의 차이에 의존한다고 할 수 있다.

Clark(1973)와 Epps and Epps(1976)에서는 거래량 자체가 혼합변수로 설정되어 있다. 그런데 새로 유입되는 정보의 흐름이 증가하면 이에 따라 거래량이 증가하지만, 거래량의 변화 자체가 정보 흐름의 변화와 일치하는 것은 아니다. Tauchen and Pitts(1983)는 거래량도 혼합변수의 영향을 받는 변수로 설정함으로써 혼합분포가설을 보다 명확히 하였다.

혼합분포가설에 대한 초기의 실증연구들은 대부분 가설을 지지하고 있으나, Lamoureux and Lastrapes(1994), Richardson and Smith(1994) 등은 혼합분포가설의 가정하에서 거래량과 변동성의 동태적 의존관계가 충분히 설명되지 못함을 지적하였다. Anderson(1996)은 혼합분포가설이 기각되는 것은 정보흐름 변수와 거래량 변수에 대한 분포(distribution)의 가정이 잘못되었기 때문이라고 보았다. 본래 혼합분포가설에서는 거래량이 정규분포를 따른다고 가정하고 있으나, 이를 포아송(Poisson) 분포로 대체하고 정보흐름 변수의 동태적 측면을 고려하면, 혼합분포가설이 다시 지지됨을 보였다. 한편, Bollerslev and Jubinski(1999)는 Anderson(1996)의 포아송 분포 가정을 받아들이는 반면, 정보흐름 변수가 장기기억효과를 갖고 있다는 점에 주목하였다. 거래량과 변동성이 각각 장기기억효과를 갖는 분수차분 과정(fractionally integrated processes)을 따르고 있으며, 거래량과 변동성이 충격에 반응하는 장기적 파급과정에 매우 유사한 패턴이 존재함을 보였다.

이제 혼합분포가설이 수익률과 거래량의 동태적 관계에 시사하는 바를 다음과 같

이 표현해 보자.

$$R_t | K_t \sim N(0, \sigma^2 K_t) \quad (1)$$

$$V_t | K_t \sim Po(m_0 + m_1 K_t) \quad (2)$$

여기서  $R_t$ 와  $V_t$ 는 각각 수익률과 거래량을 나타낸다.  $K_t$ 는 잠재변수인 정보유입의 시계열 과정을 나타내는데, 표준화된 변수가 사용됨으로써 정보유입의 강도를 나타내게 된다.<sup>4)</sup> 한편, 수익률과 거래량은 모두  $K_t$ 에 대한 조건부 분포를 따르게 된다.

식(1)은 바로 거래량과 변동성에 관한 최초의 연구인 Clark(1973)의 모형 설정과 일치한다. 식(2)는 음수의 값을 가질 수 없는 거래량이 조건부 포아송 분포를 따르고 있음을 나타내는데, 그 평균과 분산이 모두  $m_0 + m_1 K_t$ 로서, 정보유입의 강도  $K_t$ 에 의존하도록 설계되어 있다. 여기서  $m_0$ 는 유동성(liquidity) 거래 및 잡음(noise) 거래를 반영하고 있다.<sup>5)</sup> 즉, 시장으로 유입되는 정보의 흐름이 전혀 없는 경우에도 평균적으로 발생하는 거래량을 나타낸다.  $m_1$ 은 거래량이 시장에 유입되는 정보에 반응하는 정도를 나타낸다.<sup>6)</sup>

식(1)~(2)에서 도출되는 수익률과 거래량의 동시대적 관계는 다음과 같다.

$$\text{Cov}(R_t, V_t) = 0$$

$$\text{Cov}(R_t^2, V_t) = \sigma^2 m_1 \text{Var}(K_t) > 0$$

$$\text{Cov}(|R_t|, V_t) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \sigma [m_0 E(K_t^{1/2}) + m_1 E(K_t^{3/2})] > 0 \quad (3)$$

여기서 거래량과 수익률의 공분산은 0이나, 수익률의 제곱 또는 절대값으로 정의된 변동성과의 공분산은 (+)의 값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 물론 양의 상관관계는 동시대적 관계일 뿐, 어느 방향의 인과관계를 나타내지는 않는다.

4)  $K$ 는 그 값이 1일 경우 수익률( $R$ )의 분산이  $\sigma^2$ 가 되도록 표준화된 변수이다.

5) Tauchen and Pitts(1983)를 포함한 기존의 혼합분포가설에서는  $m_0 = 0$ 이며, 거래량이 정규 분포를 따른다.

6) Anderson(1996)은 식(1)~(2)를 수정된 혼합분포가설(Modified MDH)로 명명하였다.

식(1)~(2)는 혼합분포가설을 잘 묘사하고 있으나, 잠재변수  $K_t$ 의 시계열적 특성에 대한 가정이 남아 있다. Anderson(1996)은  $K_t$ 에 대해 GARCH(1, 1)과 매우 유사한 SARV(Stochastic Autoregressive Volatility) 모형을 다음과 같이 설정하였다.

$$K_t^{1/2} = \omega + \beta K_{t-1}^{1/2} + \alpha K_{t-1}^{1/2} u_t, \quad \omega > 0, \quad \alpha + \beta \geq 0,$$

$$u_t = \frac{|v_t|}{E|v_t|}, \quad v_t \sim GED(0, 1) \quad (4)$$

$GED$ : general error distribution

한편, Bollerslev and Jubinski(1999)는 식(4)처럼  $K_t$ 가 단기적인 시계열 종속 관계를 갖는 것이 아니라  $K_t$ 에 장기기억 효과가 존재한다고 가정하였다. 만약  $K_t$ 가 다음과 같이 분수차분된 시계열이라고 하자.

$$(1-L)^d K_t = \sum_{h=0}^{\infty} \Gamma(h-d) \Gamma(h+1) \Gamma(-d) K_{t-h}. \quad (5)$$

여기서  $d$ 는 차분계수이며,  $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수를 나타낸다. 만약  $0 < d < 1/2$  라면, 시계열  $K_t$ 는 정상적(stationary)이지만, 자기상관계수는  $\tau^{2d-1}$ 와 같은 비율로 천천히 감소하게 된다. 이와 같이 혼합변수에 장기종속관계가 존재하면, 이러한 관계는 수익률의 제곱 또는 절대값으로 정의된 변동성과 거래량에 대해서도 그대로 성립한다.

$$\begin{aligned} \text{Corr}(R_t^2, R_{t-\tau}^2) &\sim \tau^{2d-1} \\ \text{Corr}(|R_t|, |R_{t-\tau}|) &\sim \tau^{2d-1} \\ \text{Corr}(V_t, V_{t-\tau}) &\sim \tau^{2d-1} \end{aligned} \quad (6)$$

만약 변동성과 거래량이 모두 분수차분 시계열이고 차분계수가 서로 동일하다면, 두 시계열은 같은 유형의 장기기억효과를 갖고 있다고 볼 수 있다. 따라서 분수차분계수라는 단 하나의 계수를 사용하여 장기기억효과가 가미된 혼합분포가설을 검정할 수 있게 된다.

본 논문은 혼합분포가설이 시사하는 변동성과 거래량 간의 관계를 두 변수간의 동시대적 상관관계 측면에서만 파악하는 것이 아니라 장기기억효과 존재 여부에

초점을 맞추어 분석하고자 한다. Anderson(1996)은 혼합분포가설에서의 잠재변수가 자기상관을 가질 수도 있다는 점을 지적함으로써 큰 공헌을 하였으나, 실증분석에서는 단기종속관계만을 가정하고 잠재변수를 수익률의 제곱으로 대용(proxy)하였다. 물론 잠재변수는 그 속성상 실제의 실증분석에서는 대용변수로 대체될 수밖에 없다. 정보의 흐름이라는 잠재변수를 서베이 자료나 뉴스 등으로 대용하는 방법도 있을 수 있다. 예를 들어 Frankel and Froot(1990)는 환율변화에 관한 서베이를 이용하여 환율에 대한 예상의 차이가 환율의 변동성과 거래량에 영향을 미치고 있음을 실증적으로 확인한 바 있다. 본 논문은 현상화된 변동성과 거래량의 시계열적 특성을 통해 장기기억효과를 갖고 있는 잠재변수의 존재를 간접적으로 확인하는 방법을 택하고자 한다.

### Ⅲ. 실증분석

#### 1. 자료의 특성

실증분석에는 1991년 7월 1일부터 1998년 9월 4일까지의 일별자료(daily data)를 사용하였으며, 총 1,690개의 데이터를 대상으로 하였다. 원/달러 환율은 하루중 종가를 사용하였다. 일일환율변동률은  $\Delta S_t = 100 \times [\ln(S_t / S_{t-1})]$ 로 정의하였다. 원/달러 환율에 대한 대부분의 분석이 하루중의 가중평균인 매매기준율을 사용하고 있으나, 이는 수익률의 정의로는 불완전하며 환율의 변동 정도를 과소 평가하게 된다.

일일 원/달러 환율거래량은 익일일물까지 포함된 현물환거래를 대상으로 하였다. 1994년 11월부터 익일물까지 현물환에 인정되기 시작하였으며 1996년 2월부터는 익일일물도 현물환거래로 인정되어, 익일물과 익익일물을 현물환거래량에 포함시켰다. 현물환거래는 익일물이 현물환으로 인정되기 시작한 1994년 11월 이후 비약적으로 증가하였으나, 1996년 2월에 익일일물까지 포함시키기로 한 조치는 현물환거래량에 큰 영향을 미치지 못한 것으로 보인다.

<표 1>에는 일일 원/달러 환율변동률과 현물환 거래량에 대한 주요 통제량이 소개되어 있다. 외환위기 발생 이전과 이후를 나누어 보았는데, 외환위기의 발생시점

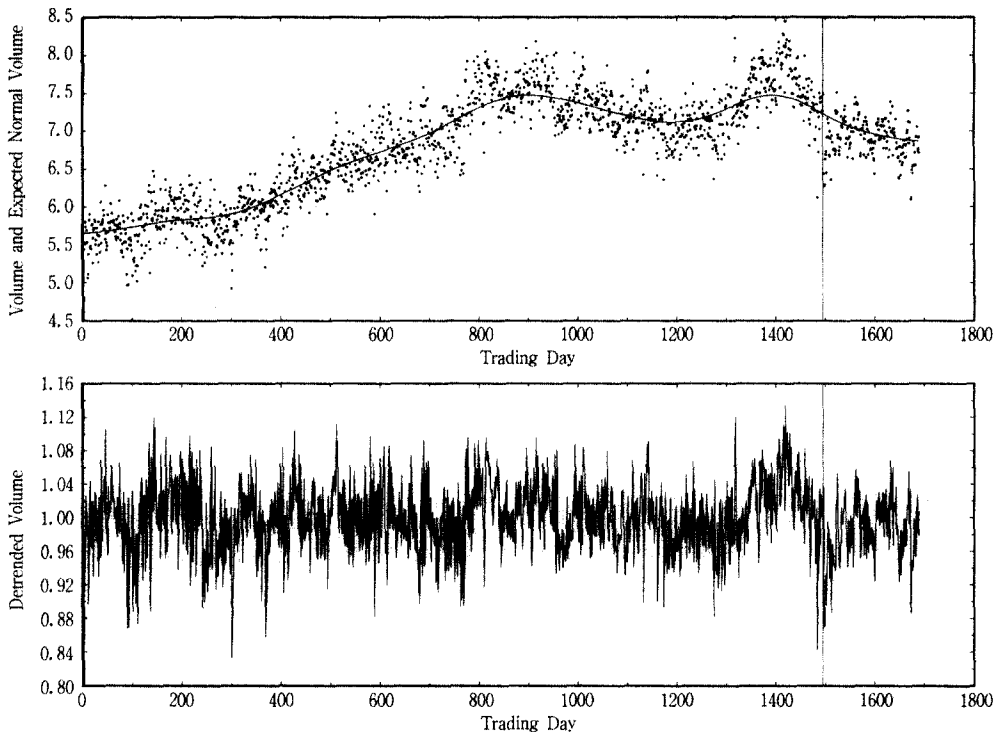


〈표 1〉 일별 원/달러 환율변화율의 주요 통계량

		평균	최대	최소	표준편차	왜도	첨도
원/달러 (종가기준)	전기간	0.0354	18.936	-21.256	1.3028	-0.1990	104.16
	외환위기전	0.0202	3.001	-2.189	0.2264	2.2337	41.12
	외환위기후	0.1517	18.936	-21.256	3.7894	-0.1658	12.67
원/달러 (매매기준율기준)	전기간	0.0352	17.776	-22.761	1.2829	-0.1684	122.40
	외환위기전	0.0203	2.643	-2.103	0.2030	1.8112	38.99
	외환위기후	0.1497	17.776	-22.761	3.7402	-0.1522	14.75

주: 종가기준, 환율변동률은  $\Delta S_t = 100 \times [\ln(S_t / S_{t-1})]$  로 정의.

〈그림 1〉 원/달러 로그거래량과 추세가 제거된 거래량



주: 상단의 그림에서 개개의 점들은 실제의 로그거래량이며, 실선은 비모수적 커널 회귀방법으로 추정된 로그거래량을 나타낸다. 하단의 그림은 [실제의 로그거래량/추정된 로그거래량] 비율을 나타낸다.

은 1997년 중순(구체적으로는 11월 17일 월요일)으로 간주하였다.<sup>7)</sup> 원/달러 환율변동률을 증가를 사용하여 정의한 경우와 매매기준율로 정의한 경우와는 주요 통계량에서 큰 차이가 없는 것으로 나타났으나, 예상한 바와 같이 매매기준율을 사용하면 표준편차로 정의된 환율의 변동성이 다소 작게 평가되는 것을 확인할 수 있다. 이후의 분석에서는 증가를 사용하여 정의한 환율변동률을 사용하기로 한다.

한편 원/달러 환율의 거래량은 <그림 1>에서 보는 바와 같이 시간의 경과에 따라 증가하는 추세를 보이고 있는데, 이는 국민소득 및 교역규모의 증가와 외환시장 참가자의 꾸준한 증대에 비추어 볼 때 자연스러운 현상으로 보인다. 그러나 매우 강하면서도 비선형적인 확정적 장기추세(deterministic trend)를 갖고 있어 불규칙적인 모습을 보이고 있는 것이 사실이다. 따라서 본 논문에서는 로그거래량 자료로부터 확정추세를 제거한 시계열자료를 실증분석에 사용하기로 하였다. <그림 1>의 중간에 그려진 세로선은 외환위기가 발생한 시점인 1997년 11월 17일을 표시한다.

추세의 제거를 위해 먼저 정규분포(normal distribution)를 커널(kernel)로 사용한 비모수적 커널 회귀방법(nonparametric kernel regression)으로 기대(expected) 또는 정상(normal) 거래량 시계열을 추정한 후, 실제 로그거래량 자료를 추정된 확정추세 시계열로 나누어 사용하였다. 이 방법은 거래량 시계열의 자기상관적 특성과 장기기억 특성을 그대로 보전하여 주는 이점이 있다.<sup>8)</sup> 추세가 제거된 로그거래량을  $\hat{v}$ 로 표시하고, 이들의 기초 통계량들을 <표 2>에 요약하였다.

이하에서는 용어의 혼동을 줄이기 위해서 환율의 변동률( $r_t = \Delta S_t$ )을 수익률로 부르기로 하고, 수익률의 제곱 또는 수익률의 절대값을 수익률의 변동성(volatility)을 나타내는 시계열로 사용한다. <그림 2>에는 수익률과 그 제곱 및 절대값을 취한 시계열들에 대하여 100개의 시차(lag)까지 표본자기상관계수(autocorrelation)를 도출하였다. 그림에서 점선으로 그려진 직선은 만약 주어진 시계열이 독립이고 동일

7) 1997년 11월 17일(월요일) 이후 환율 상승폭의 가속화와 함께 외환의 본격적인 인출사태가 시작되기 때문에 이를 외환위기의 시점으로 본 것이다. 이에 관한 자세한 논의는 신인석(1998) 참조.

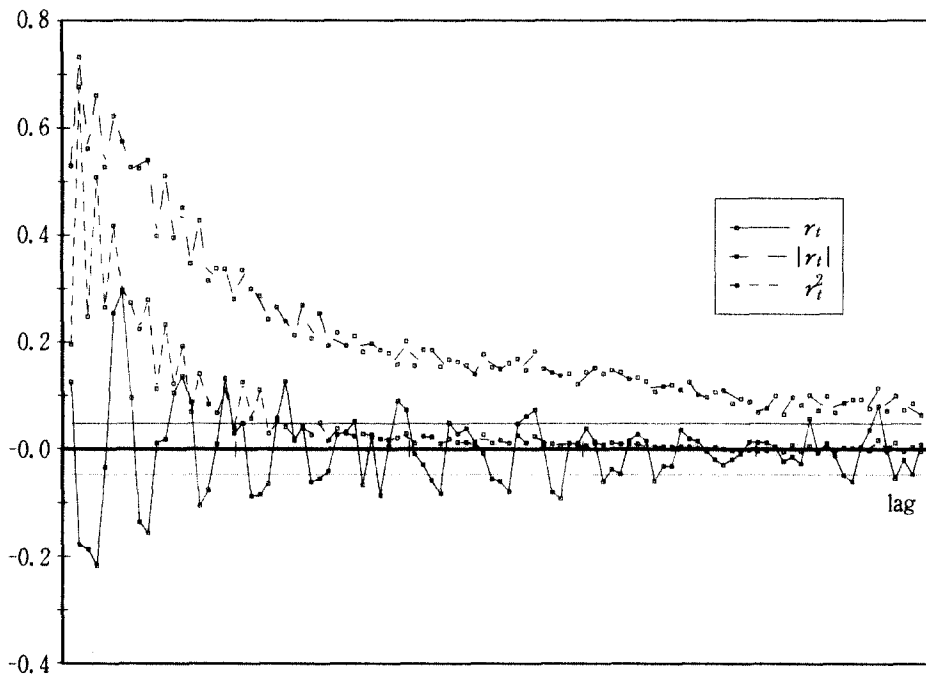
8) 이 방법은 Anderson(1996)이 사용한 방법과 동일하다. 한편 정재식·주상영(1999)은 외환거래량의 추세 제거를 위해 더미변수가 포함된 linear-quadratic 추세모형을 사용하였으며, 이는 Gallant, Rossi, and Tauchen(1992)이 사용한 방법과 유사하다.

〈표 2〉 일별 원/달러 거래량의 주요 통계량

		평균	최대	최소	표준편차	왜도	첨도
거래 자료 (추세 제거전)	로그거래금액	6.789	8.454	4.783	0.696	-0.365	2.329
	외환위기전	6.776	8.454	4.783	0.733	-0.302	2.104
	외환위기후	6.894	7.512	6.100	0.252	-0.334	3.294
거래 자료 (추세 제거후)	로그거래금액	0.999	1.134	0.833	0.042	-0.171	3.471
	외환위기전	1.001	1.134	0.833	0.042	-0.157	3.436
	외환위기후	0.985	1.068	0.869	0.038	-0.598	3.444

주: 거래금액은 100만 달러 기준.

〈그림 2〉 원/달러 환율변화율( $r_t$ ),  $r_t^2$ ,  $|r_t|$ 의 표본자기상관계수



한 분포(i.i.d.)를 가지는 경우의 추정된 표본자기상관계수의 95% 신뢰구간인  $\pm 1.96/\sqrt{n}$ 을 나타낸다. 본 논문에서는  $n=1,690$ 이므로,  $\pm 1.96/\sqrt{n} = \pm 0.0476$ 이 된다. 잘 알려진 바와 같이 시계열이 i.i.d.라면, 추정된 표본자기상관계수인  $\rho_r$ 는 점근적으로  $N(0, 1/n)$ 인 분포를 가진다(Brockwell and Davis, 1991, p. 223).

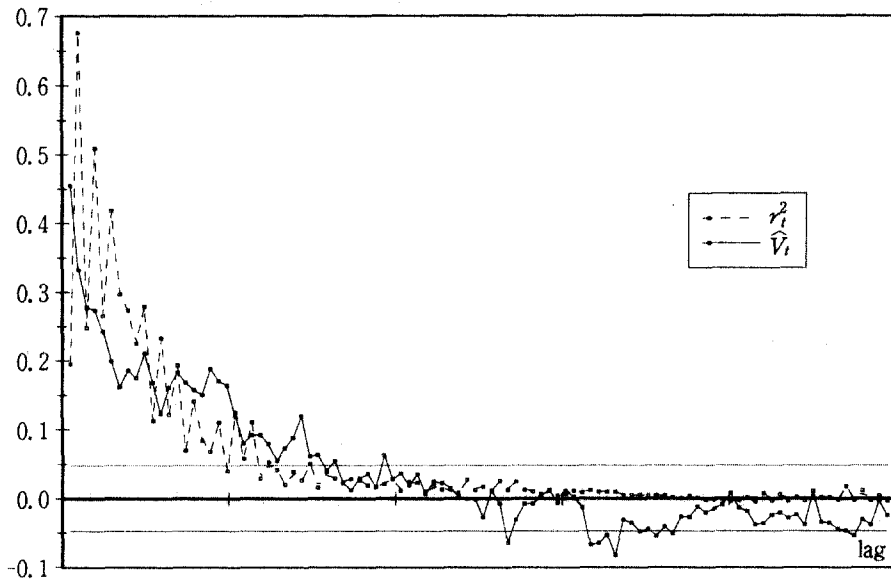
그림에서 수익률의 자기상관계수들은 상당히 오랜 시차에 걸쳐 이 신뢰구간 밖에 존재하고 있음을 알 수 있다. 주상영(1996)은 원/달러 환율의 일별 자료에 강하게 나타나고 있는 자기상관성에 주목하고, 예측모형으로 요일더미가 포함된 AR(2) 모형을 제시한 바 있다. 그러나 그림으로부터 자기상관의 정도가 2기를 넘어 매우 오랜 기간 지속됨을 알 수 있다. 여기서 우리는 원/달러 환율의 일별 수익률 자료가 서로 독립이고 동일한 분포를 따르지 않음을 재차 확인할 수 있다.

어떤 시계열이 만약 i.i.d. 확률과정을 따른다면, 이 시계열의 어떠한 함수적 변환도 i.i.d.이므로, 본 논문에서 변동성 변수로 사용하고 있는  $|r_t|$ 나  $r_t^2$ 도 역시 i.i.d. 확률과정을 따르게 된다. 만약  $r_t$ 의 분산이 유한하다면,  $|r_t|$ 의 표본자기상관계수의 표준오차(standard error)는  $1/\sqrt{n}$ 로 주어지고,  $r_t$ 의 첨도(kurtosis)가 유한하면  $r_t^2$  시계열의 표본자기상관계수 역시 같은 표준오차를 가지게 되어 두 시계열의 i.i.d. 여부를 검정할 수 있다.

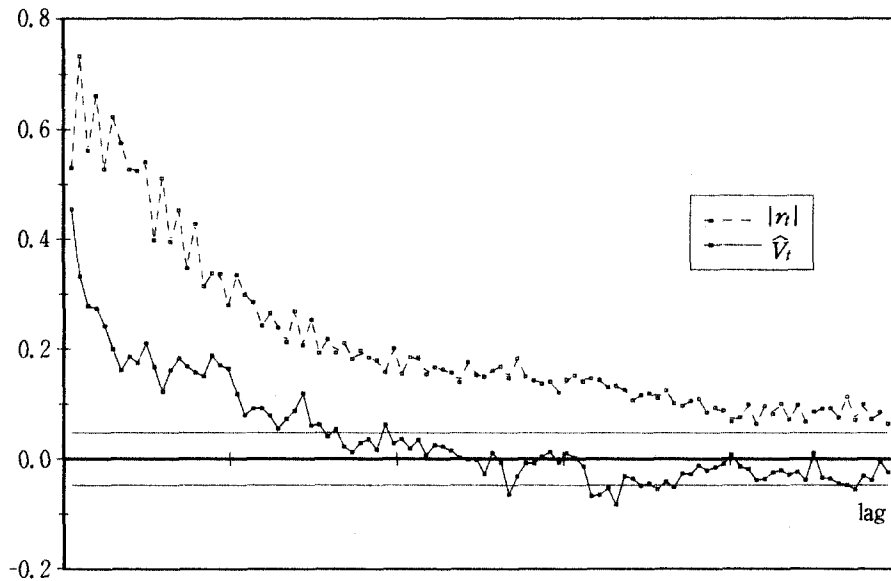
<그림 2>에서 확인할 수 있는 바와 같이 변동성 변수인  $|r_t|$ 와  $r_t^2$ , 두 시계열의 표본자기상관계수는 상당히 긴 시차에 걸쳐 95% 신뢰구간 밖의 양의 값을 취하고 있다. 특기할 사항은 절대값을 취한 수익률의 표본자기계열상관계수가 제곱을 취한 수익률의 경우에 비하여 모든 시차에 대하여 큰 값을 가진다는 점이다. 결국 일별 원/달러 환율의 수익률은 i.i.d. 확률과정이 아님을 알 수 있으며, 특히 변동성을 나타내는 시계열에 대해서는 자기상관이 매우 강한 지속성을 보이고 있어 장기기억 효과(long memory property)가 존재함을 시사하고 있다.

<그림 3>과 <그림 4>는 추세를 제거한 거래량( $\hat{V}$ )의 표본자기상관계수를 변동성 변수인  $|r_t|$ 와  $r_t^2$ 의 표본자기상관계수와 함께 보여주고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 거래량의 경우도 표본자기상관계수가 모두 95% 신뢰구간 밖에 존재하고 상당히 긴 시차에 걸쳐 양의 값을 갖고 있다. 또한 변동성을 나타내는  $r_t^2$ 의 표본자기상관계수와 매우 유사하게 감소하는 모습을 발견할 수 있다.

〈그림 3〉 추세제거 거래량( $\hat{V}_t$ )과 변동성( $r_t^2$ )의 표본자기상관계수



〈그림 4〉 추세제거 거래량( $\hat{V}_t$ )과 변동성( $|r_t|$ )의 표본자기상관계수



이상과 같이 기초적인 자기상관관계 분석결과는 외환의 거래량과 변동성에 각각 장기기억효과 있음을 직관적으로 보여주고 있다. 또한 장기기억의 과정이 서로 유사함을 짐작하게 해준다. 이하에서는 보다 정교한 계량분석기법으로 장기기억효과의 존재를 확인하고자 한다.

## 2. 장기기억 확률과정

정상(stationary) 시계열에 대한 전통적인 ARMA 모형은 단기적 기억모형이다. 단기적 기억모형에 의하면, 모형에 가해지는 외부적 충격은 시차가 증가함에 따라 그 효과가 곧 사라지게 된다. 그러나 장기적 기억을 가진 시계열에 가해지는 충격은 그 효과가 상당 기간 지속된다. 경제변수나 금융변수를 장기기억 확률과정을 이용하여 설명하려는 시도는 이미 오래 전에 Granger(1969)에 의하여 이루어졌으나, 1980년대에 들어서 그 논의는 주로 시계열의 단위근(unit root) 존재 여부에 치중되었다. 단위근이 존재하는 시계열에 외부충격이 가해지면, 그 효과는 무한대로 지속되는데, 이는 장기기억의 극단적인 형태이다.

단위근이 존재하는 경우에 통상적으로 1차 차분하여 시계열을 정상화시키지만, 일부 시계열의 경우에는 정상적임에도 불구하고 긴 시차에 걸쳐 여전히 무시할 수 없는 자기상관이 존재하는 경우가 발견된다. 이는 0차 차분과 1차 차분의 중간영역이 존재함을 의미하고, 따라서 정수차분이 아닌 분수차분에 주목하기 시작하였다. 분수차분의 정도 또는 그 계수  $d$ 에 대한 추정은 Granger and Joyeux(1980)와 Hosking(1981)에 의해 개발되었으며, ARIMA( $p, d, q$ )에서  $d$ 가 0이나 1과 같은 정수가 아닌 분수 값을 갖는 ARFIMA(Fractional ARIMA) 모형으로 불리게 되었다.

시계열 모형에서 자주 접하는 ARMA 모형은 자기상관계수가 시차  $k$ 에 대하여  $\rho(k) \sim Cr^k$ 로 주어지고 기하급수적으로 급속히 감소한다는 점에서 단기기억 확률과정이다. 이에 비하여, 장기기억 확률과정이란 자기상관함수가 시차  $k$ 가 증가함에 따라

$$\rho(k) \sim Ck^{2d-1} \quad (C \neq 0, d < \frac{1}{2}, d \neq 0) \quad (7)$$

로 주어지는 정상(stationary) 시계열로 정의된다.<sup>9)</sup>

만약 차분계수  $d$ 가 1인 경우는 단위근이 존재하게 되어 시계열이 비정상적(nonstationary)이다. 만약  $d$ 가 1/2과 1 사이에 있으면, 여전히 비정상적 시계열이지만 평균회귀(mean reverting) 성향을 갖게 된다. 즉, 외부에서 충격이 발생할 때 그 효과가 상당한 시간이 흐른 뒤에 소멸하게 되지만, 단위근의 경우처럼 충격이 영원히 지속되지는 않는다. 만약  $d$ 가 1/2과 1 사이의 실수로 주어진 경우,  $d$ 를 추정하기 위해서는 정상시계열로 만들어야 하므로 주어진 시계열을 우선 1차 차분하여 추정하게 된다.<sup>10)</sup>

어떤 시계열  $s_t$ 가

$$(1-L)^d s_t = u_t \quad (8)$$

로 주어졌다고 하자.  $u_t$ 는 평균이 0이고 스펙트럴 밀도함수가  $f_u(\lambda)$ 인 정상시계열이다. 이때 0 근처의 진동수(frequency)에서 시계열  $s_t$ 의 스펙트럴 밀도함수는

$$f_s(\lambda) \sim \frac{f_u(0)}{\lambda^{2d}}, \quad \lambda \sim 0. \quad (9)$$

의 형태로 주어지는데, 여기서  $d$  값이 기억의 장기성 정도를 계량화하여 주는 역할을 하게 된다. 즉,  $0 < d < 1$ 의 구간에서  $d$ 의 값이 클수록 장기기억의 정도가 강해지며,  $d=1$ 인 경우에 시계열은 무한한 기억능력을 갖게 된다.

### 3. 장기기억 모수의 추정 및 검정

장기기억효과를 추정하는 방법은 크게 모수적인(parametric) 방법과 준모수적인(semiparametric) 방법으로 나누어진다. 모수적 방법은 ARFIMA 모형과 같이 장기

- 
- 9) 세분하여  $d$ 가 0과 1/2 사이에 존재하여  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\rho(k)| = \infty$ 인 경우를 장기기억(long memory) 확률과정이라고 하고,  $d < 0$  이어서  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\rho(k)| < \infty$ 인 경우를 중기기억(intermediate memory) 또는 반지속(antipersistence) 확률과정이라고 구분하기도 한다.
- 10) 최근에 개발된 통계적 방법에 의하면 분수차분계수(fractional integration parameter)인  $d$ 가 0과 1 사이에 존재하여 비정상시계열과 정상시계열의 경우가 모두 포함된 경우에도 1차 차분하지 않고 보다 효율적으로  $d$ 를 추정하거나 검정할 수 있게 되었다.

기억 모수뿐만 아니라 단기동학에 관련되는 유한개의 모수를 미리 설정한 후 최우 추정법(MLE)을 적용하는 것으로 Sowell(1992), Baillie, Cheung, and Tieslau (1996) 등이 이에 해당된다. 준모수적 접근에서는 시계열의 장기기억 성질에 대해서만 초점을 맞추고 나머지 모수들에 대해서는 아무런 가정을 하지 않거나 또는 매우 약한 가정만을 한다. 여기에는 Granger and Joyeux(1980), Geweke and Porter-Hudak(1983), Robinson(1995b) 등의 로그 피리어도그램 회귀분석방법이 있다. 이 가운데 Geweke and Porter-Hudak(1983)의 단일시계열 로그 피리어도그램 회귀식이 가장 널리 쓰였으며, 국내문헌으로는 김진호(1996), 홍정훈(1997)이 우리나라 금리를 대상으로 장기기억효과를 추정하는 데 이 방법을 사용하였다.<sup>11)</sup>

장기기억효과를 추정하기 위해 최근에 개발된 기법으로는 Robinson(1994, 1995a)의 가우시안 준모수추정(Gaussian Semiparametric Estimation) 방법, Lobato and Robinson(1998)에 의해 개발된  $I(0)$  검정방법, 그리고 Lobato and Robinson(1996)의 평균 피리어도그램(Averaged Periodogram) 추정방법 등이 있다.

우선 본 논문에서는 원/달러 환율의 변동성과 거래량의 장기기억효과의 존재 여부 자체를 검정하기 위하여 Lobato and Robinson(1998)에 의해 개발된  $I(0)$  검정방법을 사용한다. 그리고 Robinson(1994)과 Lobato and Robinson(1996)에 의해 제안된 평균 피리어도그램 추정(AP) 방법을 이용하여, 장기기억 모수인 분수차분 계수( $d$ )를 추정한다.

장기기억효과의 존재 여부 자체를 검정하기 위해서는 귀무가설(null hypothesis)이 명확히 설정될 필요가 있다. 즉, 장기기억효과가 존재하지 않는다( $d=0$ )는 가설을 기각하는 기준이 설정되어야 한다. Lobato and Robinson(1998)은 시계열의  $I(0)$  여부를 검정하는 LM 통계량을 사용하여 장기기억효과를 검정한다. 이 방법은 Kunsch(1986)와 Robinson(1995a)에 의해 제시된 local Whittle 추정법에 근거를 두고 있다. 확률과정이 정규분포를 따른다는 가정하에서 최소화(minimize)하고자 하는 목적함수는

11) 김진호(1996)는 금리에 대하여 ARFIMA 모형을 추정한 뒤, ARIMA 모형과 랜덤워크 모형과 비교하여 표본의 예측력이 다소 개선됨을 보였다. 홍정훈(1997)은 ARFIMA 모형과 함께 Lo(1991)의 수정 R/S 방법을 이용하여 금리에 장기기억효과가 존재하는지를 검정하였으나, 장기기억의 존재를 받아들이기 어렵다는 결론을 내리고 있다.



$$Q_m(G, d) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left[ \log(G \lambda_j^{-2d}) + \frac{\lambda_j^{-2d}}{G} I_s(\lambda_j) \right] \quad (10)$$

가 된다. 이때  $d$ 는 장기기억 모수이며  $G$ 는 양의 값을 가지는 모수,  $m$ 은 절단수(truncation number)를 나타낸다.<sup>12)</sup> 이 식에서 기본진동수(fundamental frequency)  $\lambda_j = \frac{2\pi j}{n}$  ( $j = 0, 1, \dots, n-1$ ;  $n$ 은 표본수)에서 구한 시계열  $s_t$ 의 피리어도그램은  $I_s(\lambda_j) = W_s(\lambda_j) W_s^*(\lambda_j)$ 로 주어진다.<sup>13)</sup>

상기의 목적함수에 장기기억효과가 존재하지 않는다는 귀무가설, 즉  $d = 0$ 이라는 제약을 주어 다음과 같은 LM 검정통계량

$$LM = m \left( \frac{\sum_{j=1}^m v_j I_s(\lambda_j)}{\sum_{j=1}^m I_s(\lambda_j)} \right)^2 \quad (11)$$

을 구한다. 여기서  $I(\lambda_j) = \left| \frac{1}{2\pi n^{1/2}} \sum_{t=1}^n s_t \exp(it\lambda_j) \right|^2$ 는 시계열  $s_t$ 의 피리어도그램을 나타내고,  $v_j = \log j - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \log j$ 이다. 이때 LM 통계량의 극한분포는  $\chi_1^2$  분포를 따르게 된다.<sup>14)</sup>

한편, 장기기억 모수인 분수차분계수( $d$ )를 추정하기 위하여 Robinson(1994)과 Lobato and Robinson(1996)에 의해 제시된 평균 피리어도그램 추정(AP)은 다음과 같은 관계에 근거하고 있다. 시계열  $s_t$ 가 장기기억효과를 갖고 있고  $f(\theta)$ 를 이 시계열의 스펙트럴 밀도함수,  $F(\lambda) = \int_0^\lambda f(\theta) d\theta$ 로 정의하면,  $0 < q < 1$ 를 만족하는

12) 가우시안 준모수추정방법(GSE)은 식(10)을 목적함수로 놓고 이를 최소화하는 모수  $G$ 와  $d$ 를 추정하는 방법이다. 그런데 관심을 갖는 모수는  $d$ 이므로  $G$ 를 식(10)에서 제거하면  $d$ 는 다음과 같이 추정된다.

$$\hat{d}_{GSE} = \arg \min R(d), \quad R(d) = \log \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{I_s(\lambda_j)}{\lambda_j^{2d}} \right\} - (2d) \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \lambda_j$$

13) 시계열  $s_t$ 의 이산적(discrete) 푸리에 변환(Fourier transform)은

$$W_s(\lambda_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \sum_{t=1}^n s_t e^{it\lambda_j} \text{로 주어지며, } * \text{는 켈레복소수(complex conjugate)를 의미한다.}$$

14) LM 검정통계치로부터 장기기억모수  $d$ 를 구하기도 한다. 이를 위해서 Robinson(1994)에 따

$$\text{라 } \hat{d} = \frac{2 \left( \frac{LM}{m} \right)^{1/2} + 1}{2 \left( \frac{LM}{m} \right)^{1/2} + 2} - \frac{1}{2} \text{로 주어진 변환식을 이용한다.}$$

어떠한 실수  $q$ 에 대하여  $F(q\lambda)/F(\lambda) \sim q^{2(d_s - \frac{1}{2})}$  이 성립한다는 수학적 성질을 이용하는 것이다.

이제 평균 피리어도그램 (AP) 을

$$\hat{F}(\lambda) = \frac{2\pi}{n} \sum_{j=1}^{\lfloor n\lambda/2\pi \rfloor} I_s(\lambda_j) \quad (12)$$

라고 정의하면, 장기기억모수  $d$ 에 대한 AP 추정량  $\hat{d}_{AP}$  는

$$\hat{d}_{AP} = \frac{1}{2} - \frac{\log(\hat{F}(q\lambda_m)/\hat{F}(\lambda_m))}{2 \log q} \quad (13)$$

로 주어지게 된다.

#### 4. 공통의 장기기억효과(common long-range dependence) 검정

이상에서는 장기기억효과의 존재 여부의 검정 및 모수의 추정방법을 소개하였다. 다음에는 서로 다른 두 시계열에 각각 장기기억이 존재할 때 그 정도가 유사한가, 즉 장기기억 모수가 동일한가를 검정하는 방법을 소개하고자 한다. 원/달러 환율의 거래량과 변동성에 존재하는 장기 지속성이 유사한가를 살펴보는 것이 본 논문의 목적이기 때문이다.

Bollerslev and Jubinski(1999)는 Geweke and Porter-Hudak(1983)의 단일시계열 로그 피리어도그램 회귀식을 이변량 로그 피리어도그램 회귀식으로 확장하여 변동성과 거래량의 장기기억모수를 동시에 추정하고, 이들의 값이 동일하다는 귀무가설을 검정할 수 있도록  $\chi^2(1)$  극한분포를 따르는 검정통계량을 제시하였다.

예를 들어 원/달러 환율의 변동성과 거래량으로 이루어진  $X_t \equiv (z_t, \hat{V}_t)'$ 를 구성하자.  $z_t$ 는 변동성을 나타내는 변수로  $|r_t|$  또는  $r_t^2$ 이며,  $\hat{V}$ 은 추세가 제거된 거래량을 나타낸다. 이제  $X_t$ 의 피리어도그램은

$$I_g(\lambda) \equiv \frac{1}{2\pi n} \left| \sum_{t=1}^n \{X_t\}_g \exp(it\lambda) \right|^2 \quad (14)$$

로 주어지며,  $g(=1, 2)$ 는 각각 변동성과 거래량을 나타낸다. 로그 피리어도그램을  $\{Y\}_{kg} \equiv \log[I_g(\lambda_k)]$ 라 놓으면,  $\lambda_k$ 는 식(10)에서 정의된 기본진동수를 의미하며  $k = l+1, l+2, \dots, m$ 이고  $l$ 과  $m$ 은 각각 trimming parameter와 truncation parameter를 나타낸다.

위의 식으로부터

$$\{U_k\}_g = \{Y\}_{k,g} - c_g + d_g * [2 \log(\lambda_k)] \quad (15)$$

로 주어지는 로그 피리어도그램 회귀식이 도출된다.<sup>15)</sup> 여기서  $d_g \equiv (d_1, d_2)$ 의 최소승추정량은

$$\hat{d} = Y'Z(Z'Z)^{-1}e_2$$

으로 주어지며,  $e_2$ 는 두번째 원소가 1인 단위벡터이다.

여기서 Robinson(1995b)의 결과를 이용하면, 우리는

$$[e_2'(Z'Z)^{-1}e_2\hat{\Omega}_j]^{-1/2}(\hat{d}-d) \sim N(0, I) \quad (16)$$

를 얻을 수 있다. 따라서 수정된 혼합분포가설을 검정하기 위하여 두 변수가 공통의 분수적분(fractional integration) 계수를 갖는가를 검정하기 위해 다음의 통계량

$$(\hat{d}'f)^2 * e_2'(Z'Z)e_2 * f' \hat{\Omega} f \rightarrow \chi^2(1) \quad (17)$$

을 이용할 수 있다. 이때  $f$ 는  $(1, -1)'$ 인  $2 \times 1$  벡터를 나타낸다.

만약 위에서 구한 검정통계량으로부터 두 계수가 동일하다는 귀무가설을 기각하지 못하게 되면, 우리는 이 정보를  $d$ 를 추정하는 데 사용할 수가 있다. 공통의 분수적분의 계수를 구하기 위해 귀무가설의 제약이 주어진  $d$ 의 추정량을  $\hat{d}_R$ 이라고 하면, 이 추정량은

15) 이때  $c_g \equiv \log(C_g) + \psi(1)$ 이고  $\psi(1) = (d/dz) \log \Gamma(z)|_{z=1}$ 로 주어지며  $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수를 표시한다.

$$\hat{d}_R = e_3' [Q'(Z'Z \otimes \hat{\Omega}^{-1})Q]^{-1} Q' \text{vec}(\hat{\Omega}^{-1} Y'Z) \quad (18)$$

로 주어진다. 이때  $e_3 \equiv (0, 0, 1)'$ 이고,  $4 \times 3$  행렬인  $Q$ 는  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(4, 3)$ 의 원소가 1이고 나머지는 모두 0인 행렬이다.

물론 실증분석에서 보다 효율적인 검정통계량과 추정량을 구하기 위해서는 보다 정확히 피리어도그램을 추정하여 이용해야 하며, 이를 위해서는 최적의 trimming parameter와 절단수(truncation parameter)를 정하는 것이 중요하다.

## 5. 장기기억 모수의 추정 및 검정결과

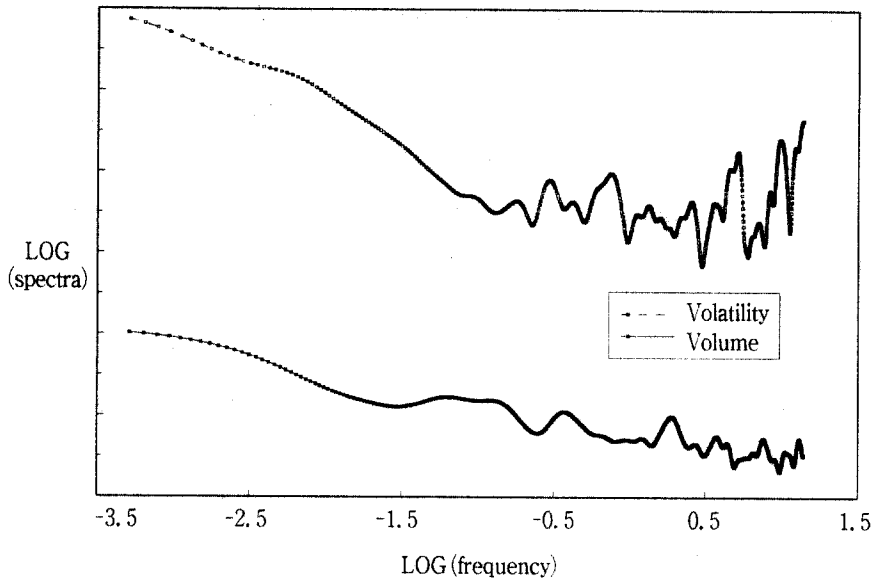
장기기억효과의 분석을 위한 계량경제학적 방법들은 시간영역(time domain)에서 ARFIMA 모형 등을 최우추정방법으로 분석하는 것을 제외하고는, 거의 대부분의 추정 및 검정방법이 시계열의 스펙트럴 밀도함수의 모양에 의존하고 있다. 직관적으로 설명해서 장기기억효과를 분석한다는 것은, 진동수영역에서 0 근처의 스펙트럴 밀도함수의 값이 얼마인가를 알아내려는 시도이기 때문이다. 만약 어떤 시계열이 장기기억을 가지고 있어서 분수적분  $d$ 의 값이 0보다 크다고 하면, 이것은 0에서의 스펙트럴 밀도함수 값이 무한대임을 의미하기 때문이다. Geweke and Porter-Hudak(1983) 류의 추정방법은 바로 이러한 점을 이용하고 있다.

따라서 어떤 시계열의 장기기억효과를 분석하기 위해서는 먼저 그 시계열의 스펙트럴 밀도함수의 점근적 불편추정량인 피리어도그램을 추정하여야 한다. 본 논문에서 사용된 여러 추정 및 검정방법들도 모두 기본적으로 이 피리어도그램의 추정에 의존하고 있다. 그런데 피리어도그램은 각 진동수에서 표본수가 증가해도 그 분산이 0으로 수렴하지 않으므로 스펙트럴 밀도함수의 일치추정량은 아니다. 다음 그림에서 보여주고 있는 추정된 스펙트럴 밀도함수는 일치추정량을 얻기 위하여 자기공분산 평활화를 이용한 추정방법을 사용하였다.<sup>16)</sup>

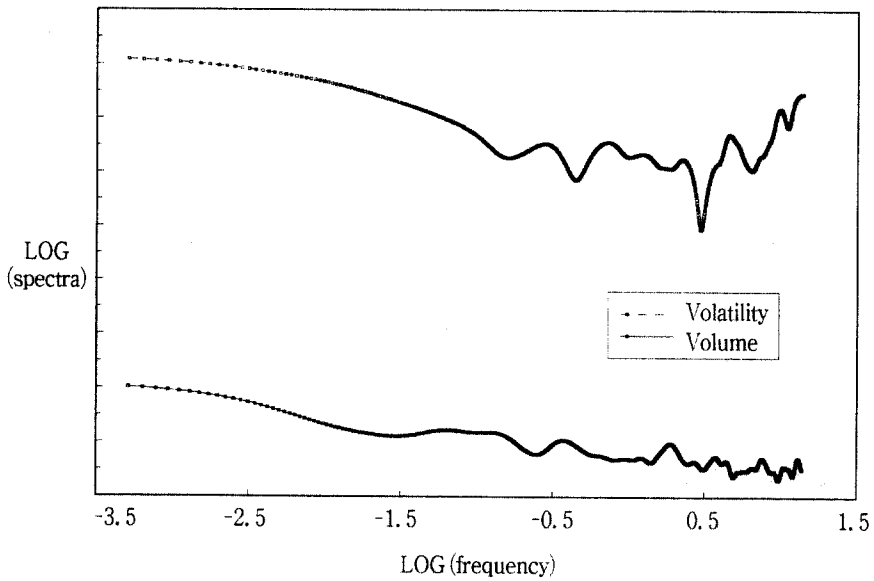
<그림 5>와 <그림 6>에는 추세가 제거된 로그거래량과  $|n|$ 와  $n_k^2$ 로 표현되는 원

16) 스펙트럴 밀도함수의 일치추정량을 구하기 위한 방법은 이외에도 피리어도그램 평활화를 통한 추정, Autoregressive Sieve 방법에 의한 추정, time block을 설정하고 이들의 평균을 구하여 추정하는 방법 등이 있다.

〈그림 5〉  $|r|$  와  $\hat{V}$ 의 피리어도그램



〈그림 6〉  $r^2$  와  $\hat{V}$ 의 피리어도그램



/달러 환율변동성의 피리어도그램이 로그-로그평면에 도시되어 있다.<sup>17)</sup> 여기서는 최적의 lag window를 구하기 위하여 Buhlmann(1996)이 제시한 반복 플러그인 추정법(iterative plug-in estimator)을 이용하였다.

그림에서 보는 바와 같이 환율의 변동성과 거래량의 추정된 스펙트럴 밀도함수의 기울기, 즉 장기기억모수  $d$ 가 진동수 0 근처에서 매우 유사함을 알 수 있다. 이는 두 시계열의 장기기억효과가 서로 유사하여, 새로운 정보가 유입되는 경우에 그 충격이 비슷한 정도의 지속성을 갖고 전파됨을 의미한다. 흥미를 끄는 것은 0 근처의 낮은 진동수(low frequency)에서와는 달리 높은 진동수(high frequency)에서는 두 스펙트럴 밀도함수의 모양이 매우 다르다는 점이다. 이는 장기동학 측면에서는 두 시계열의 속성이 유사함에도 불구하고 단기동학적 움직임을 설명하기 위해서는 두 변수에 서로 다른 단기기억 모형이 설정되어야 함을 시사하고 있다.

이제 스펙트럴 밀도함수의 모양에서 보여지는 현상을 앞에서 소개한 추정 및 검정방법을 사용하여 확인하여 보자. 먼저 Lobato and Robinson(1998)의  $I(0)$  검정방법을 사용하여 본 논문에서 사용된 시계열들의 장기기억 존재 여부를 검정하였다. 이 검정방법의 귀무가설은 어떤 시계열이  $I(0)$  또는 단기기억 확률과정을 따른다는 것이고, 대립가설은 시계열의 확률과정이 단기기억 과정이 아니라는 것이다. LM 검정통계량을 계산하는 데 사용되는 피리어도그램은 GAUSS 프로그램에서 제공하는 FFT(Fast Fourier Transform)<sup>18)</sup> 알고리즘을 이용하였다. 이후 추정에 사용되는 피리어도그램의 추정에도 같은 방법을 사용하였다.

<표 3>에는 식(14)를 이용하여 구한 검정결과가 나와 있다. 이들의  $I(0)$  검정통계량은  $\chi^2(1)$  분포를 따르므로 5% 임계치는 3.845이고, 1% 임계치는 6.635이다. 이 표에서 볼 수 있는 바와 같이 절단수를 31, 41, 51 그리고 100으로 정하여 결과를 정리하였다. 통상의 경우 절단수로는 표본 수의 반을 넘지 않는 범위 내에서  $n^{0.5}$ 에서  $n^{0.75}$  사이의 숫자를 사용하는데 본 논문에서 사용하는 자료의 수가 1690개이므로 근사적으로 41개에서 260여 개 정도가 그에 해당한다고 할 수 있다.

절단수가 달라짐에 따라 그 검정통계치가 달라짐에도 불구하고 우리는 수익률의 경우 장기기억효과가 없다는 귀무가설을 절단수가 51개까지 5% 유의수준에서 기

17) 로그변환한 평면에 스펙트럴 밀도함수를 그리는 이유는 로그변환된 경우, 진동수가 0 근처에서 스펙트럴 밀도함수의 기울기가 장기기억 모수  $d$ 가 되기 때문이다.

18) 자세한 알고리즘의 소개는 Brockwell and Davis(1991, pp. 373~375)를 참조.

〈표 3〉 Lobato and Robinson(1998)의 I(0) 검정결과

truncation number	31	41	51	100
$r_t$	0.0372	0.2080	0.5076	4.1927
$r_t^2$	0.1933	0.4819	1.0453	8.8658
$ r_t $	1.2716	2.6202	4.8958	27.6687
$\hat{V}$	0.5475	1.3564	2.6581	9.3704

〈표 4〉 Robinson(1994)의 평균 피리어도그램의 추정결과

truncation number	31	41	51	100
$r_t$	-0.1172	0.0587	0.1059	0.1201
$r_t^2$	0.0637	0.1260	0.1534	0.2950
$ r_t $	0.2500	0.2872	0.3151	0.4133
$\hat{V}$	0.0766	0.2034	0.2575	0.3050

각할 수 없고 그 통계치도 0.5 이하의 매우 낮은 수치를 보임을 알 수 있다. 그 수가 100개 정도가 되면 검정통계치가 4.20이 되어 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각함을 알 수 있다. 이 검정 결과와 앞에서 제시된 〈그림 2〉로부터 우리는 원/달러 환율의 수익률( $r$ )에 미약하나마 장기기억효과가 존재한다고 결론 내릴 수 있다. 변동성과 거래량의 경우에는 수익률의 경우보다 더 강력하게 장기기억효과의 존재를 지지한다고 볼 수 있다. 절단수가 100인 경우 세 변수 모두 1% 유의수준에서 '장기기억효과가 없다'는 귀무가설을 기각하고 있다.

〈표 4〉에는 식 (13)에서 정의된 Robinson(1994)의 평균 피리어도그램 방법을 사용한 장기기억모수의 추정치가 정리되어 있다. 실증분석에서 이 추정방법을 사용하기 위해서는 사전에 식 (13)에서의 비율  $q$ 를 정해야 하는데 우리는 Lobato and Robinson(1996)에서와 같이 0.25로 정하였다. 비율  $q$ 는 절단수와는 달리 그 값이 변해도 추정치에는 크게 영향을 주지 않는다.

이 경우에도 절단수가 31, 41, 51, 100인 경우에 각 시계열의 장기기억모수에 대

한 추정치를 구하였다. 표에서 보는 바와 같이 수익률은 절단수가 31인 경우 음의 값을 가지며, 41일 때는 0.06의 값을 가진다. 절단수가 증가하면서 추정치의 값도 증가하여 절단수가 100인 경우에 0.12 정도의 장기기억모수를 가진다. 따라서 앞에서 분석한 LM 통계량에서의 결과와 마찬가지로 장기기억효과가 존재한다고 할 수 있으나 그 크기는 매우 작음을 알 수 있다.  $r_1^2$  과  $|r_1|$ 의 경우는 절단수가 41일 때 각각 0.13과 0.29의 값을 가지며, 51인 경우는 0.15와 0.32의 값을 가져 절대값을 취한 경우에 변동성의 장기기억효과가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 절단수가 100인 경우에는 각각 0.30과 0.41의 값을 가진다.

또한 거래량의 경우는 절단수가 100일 때 0.31로  $r_1^2$ 의 0.30과 거의 비슷한 값을 가져서 그 지속성의 효과가 매우 비슷함을 추정치의 값으로부터 알 수 있다. 따라서 혼합분포가설이 예측하는 바와 같이 새로운 정보에 대한 파급효과가 두 시계열의 경우 매우 유사하게 된다. 그러나 절단수의 값이 41과 51의 경우는 거래량의 경우가  $r_1^2$  보다 조금 큰 값을 가진다.

이제 이 두 시계열의 장기기억효과가 통계적으로 유의하게 다른가를 살펴보기 위하여, 귀무가설을 두 시계열의 장기기억 모수가 동일하다고 두고 식(17)에서 주어진 검정통계량으로 검정한 결과가 <표 5>에 정리되어 있다.

절단수는 다른 추정 및 검정방법에서와 같이 31, 41, 51, 100을 선택하였다. 검정통계량의 값을 보면 10% 유의수준에서도 모든 절단수에 대해서 두 장기기억 모수가 서로 같다는 귀무가설을 기각하지 못함을 알 수 있다. 특히 절단수가 증가할수록 검정통계량의 값이 작아져서 절단수의 값에 관계없이 확고한(robust)한 결과를 보여준다.

주어진 귀무가설이 옳다는 제약을 부여하여 식(18)에 따라 두 시계열의 장기기억 모수  $d$ 를 재추정하였다. <표 5>의 세번째 행과 네번째 행에는 그 추정치와 표준오차가 나타나 있다. 절단수가 41인 경우  $d$ 는 0.24이고, 51인 경우는 0.29의 값을 보여준다. 100의 경우에는 0.47의 값을 가지며 이 경우에도  $d$ 의 값은 0.5보다 작은 값을 가져서 두 시계열이 비록 장기기억효과를 가지지만, 정상시계열이어서 평균회귀성향이 있음을 알 수 있다.

위의 결과를 종합하면,  $d$ 에 대한 추정치는 추정방법 및 절단수에 따라 달라지는 것을 알 수 있으나, 그 크기는 절단수 100에서 대체로 0.29에서 0.47 정도의 값을 갖는 것으로 추정되었다. Lobato and Robinson의  $I(0)$  검정방법을 사용하여 살펴



〈표 5〉  $d_1 = d_2$ 의 검정결과

truncation number	31	41	51	100
검정통계량	0.0268	0.0096	0.0048	0.0003
귀무가설 제약하에서 추정된 $d_R$	0.1999	0.2390	0.2869	0.4721
$d_R$ 의 표준오차	0.1106	0.1228	0.1597	0.2478

주: 1)  $d_1$ 과  $d_2$ 는 각각  $r^2$ 와  $\hat{V}$ 의 장기모수를 나타낸다.  $d_R$ 은 식(18) 참조.

2) 검정통계량은  $\chi^2$  (1) 분포를 따르므로 10%, 5%, 1% 임계치는 각각 2.706, 3.845, 6.635이다.

본 장기기억효과의 존재 여부는 절단수가 51인 경우에는 그 가설이 지지되지 않았으나, 절단수가 100을 넘는 경우에는 장기기억효과가 강하게 존재하는 것으로 나타났다. 따라서 장기기억효과의 존재 여부에 대해서는 절단수에 따라 서로 상반된 결과를 보여주고 있어 이에 대한 해석상 주의가 필요하다. 반면에, 변동성과 거래량의  $d$  값이 동일하다는 검정결과는 절단수에 크게 관계없는 것으로 나타났다.

#### IV. 결론 및 향후 연구과제

본 논문은 동태적 혼합분포가설, 혹은 수정된 혼합분포가설이 우리나라 원/달러 외환시장에 적용되는가를 검정하였다. 동태적 혼합분포가설은 장기기억을 가진 잠재변수를 전제로 하고 있으며, 그 결과 가격의 변동성과 거래량도 장기기억을 갖게 된다. 장기기억을 포착하는 기법으로는 분수차분을 사용하였으며, 변동성과 거래량의 분수차분계수가 동일함을 검정하였다.

실증분석 결과 일별 원/달러 환율의 변동성과 거래량은 매우 강한 장기적 기억을 갖고 있으며, 두 변수에 있어 그 지속성의 정도가 매우 유사함을 발견하였다. 이는 원/달러 시장에 유입되는 새로운 정보의 흐름이 장기적 기억을 갖고 환율의 변동성과 거래량 변화에 파급됨을 의미한다.

물론 잠재변수인 새로운 정보의 흐름이 장기적 기억을 갖고 있는지의 여부를 직접 검정할 방법은 없다. 단, 원/달러 시장에 유입되는 새로운 정보의 흐름이 환율과 거래량에 즉각적으로 전부 반영되지 않고 장기에 걸쳐 서서히 파급된다는 것은 그만큼 외환시장이 효율적으로 작동하지 못한다는 증거일 수 있다. 정보의 흐름에

장기적 기억이 존재한다는 것도 외환시장에 흘러 들어오는 정보가 충분하고 신속하게 전달·평가·해소되지 못하기 때문인 것으로 풀이될 수 있다. 이와 같이 장기기억 현상이 나타나는 것은 한편으로는 외환시장을 포함한 모든 금융시장에 공통적으로 내재하는 속성일 가능성이 있으며, 다른 한편으로는 우리나라 외환시장에서 거래되는 원화가 아직 국제화되지 않은 지역통화에 불과하고, 선물환시장이 발달하지 않은 상태에서 외환거래가 수동적인 양상을 보여 온 것과 무관하지 않은 것 같다. 특히 주상영(1996)과 정재식·주상영(1999)에서 지적된 바와 같이 원/달러 환율변화에 존재하는 강한 자기상관은 선진국 환율에서는 찾아보기 힘든 성질로, 우리나라와 같이 각종 규제가 존재하는 협소한 외환시장에서 두드러지게 나타날 수 있는 현상이라고 보여진다.

본 논문에서는 거래량과 변동성의 장기기억 유형이 유사함을 밝힘으로써 간접적으로 혼합분포가설을 검정하였지만, 향후 연구에서는 다음과 같은 점에 주목해야 할 것으로 보인다.

변동성과 거래량에 대하여 정규분포나 포아송분포의 가정 없이 두 변수의 주변확률분포(marginal distribution)를 직접적으로 추정하는 방법을 사용하여 혼합분포모형을 분석하는 데 가해지는 제약적인 가정을 완화한 후, 현실에 보다 부합하는 모형을 추정하여 분석할 수 있다. 이를 위해서는 Metropolis 알고리즘을 이용한 SMLE(simulated MLE) 추정방법이 사용될 수 있을 것이다.

또한 본 논문에서는 잠재변수로서의 새로운 정보가 관측 불가능하여 혼합분포가설을 간접적으로 검정하고 있으나 우리나라와 같이 외환시장이 협소한 경우 이러한 새로운 정보가 몇 개의 변수에 의하여 식별 가능(identifiable)할 수도 있을 것이다. 즉, 새로운 정보로서의 역할을 하는 변수를 찾아내어 명시적으로 이 변수가 환율의 변동성과 거래량에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 연구가 필요하다.

## ■ 참고 문헌

1. 고봉찬, “주가와 거래량: 반비모수적 접근방법,” 『재무연구』, 제13호, 1997, pp. 1~35.
2. 김진호, “Fractional ARIMA 모형을 사용한 금리예측,” 『계량경제학보』, 제7권, 1996, pp. 99~117.
3. 신인석, “한국의 외환위기: 발생메카니즘에 대한 일고,” 한국개발연구원, 1998.
4. 이근영, “환율변동폭 확대가 환율예측에 미치는 효과 분석,” 『금융학회지』, 제1권 제1호, 1996, pp. 29~52.
5. ———, “자유변동환율제와 환율변동성,” 한국경제학회 제8차 국제학술대회, 1998.
6. 이영섭·함준호, “외환시장내 미시정보의 환율예측력 분석,” 『한국경제의 분석』, 제4권 제1호, 1998, pp. 1~39.
7. 정재식·주상영, “외환거래량이 원/달러 환율변동성에 미치는 영향,” 『국제경제연구』, 제5권 제3호, 1999, pp. 27~44.
8. 주상영, “우리나라 일일환율변동의 특성,” 『금융학회지』, 제1권 제1호, 1996, pp. 53~83.
9. 주상영·한상범, “R/S 분석을 이용한 원/달러 환율의 장기기억효과 분석,” mimeo, 한국증권연구원, 2000.
10. 한상범, “새로운 정보가 우리나라 주가의 변동성 및 거래량에 미치는 장기기억효과에 관한 연구,” mimeo, 한국증권연구원, 2000.
11. 홍정훈, “우리나라 금리에서의 장기적 기억에 관한 연구,” 『금융연구』, 제11권 제1호, 1997, pp. 33~55.
12. Anderson, T. G., “Return Volatility and Trading Volume: An Information Flow Interpretation of Stochastic Volatility,” *Journal of Finance*, Vol. 51, No. 1, 1996, pp. 169~204.
13. Anderson, T. G. and T. Bollerslev, “Intraday Periodicity and Volatility Persistence in Financial Markets,” *Journal of Empirical Finance*, Vol. 4, No. 2/3, 1997, pp. 115~158.
14. Baillie, R. T., C.-F. Cheung, and M. Tieslau, “Analysing Inflation by the Fractionally Integrated ARFIMA-GARCH Model,” *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11, 1996, pp. 23~40.
15. Bollerslev, T., R. Y. Chou, and K. Kroner, “ARCH Modelling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence,” *Journal of Econometrics*, Vol. 52, 1992, pp. 5~59.
16. Bollerslev, T. and D. Jubinski, “Equity Trading Volume and Volatility: Latent Information Arrivals and Common Long-Run Dependencies,” *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 17, No. 1, 1999, pp. 9~21.
17. Brockwell and Davis, *Time Series: Theory and Methods*, 2nd ed., New York: Springer-Verlag, 1991.
18. Buhlmann, P., “Locally Adaptive Lag-Window Spectral Estimation,” *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 17, 1996, pp. 247~270.
19. Clark, P. K., “A Subordinated Stochastic Model with Finite Variance for Speculative Prices,” *Econometrica*, Vol. 41, 1973, pp. 135~155.
20. Ding, Z., C. W. J. Granger, and R. F. Engle, “A Long Memory Property of Stock

- Market Returns and a New Model," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, 1993, pp. 83~106.
21. Ederington, L. and J. H. Lee, "Intraday Volatility in Interest Rate and Foreign Exchange Markets: ARCH, Announcement, and Seasonal Effects," unpublished manuscript, 1999.
  22. Epps, T. W. and M. L. Epps, "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis," *Econometrica*, Vol. 44, 1976, pp. 305~321.
  23. Flood, R. P. and M. P. Taylor, "Exchange Rate Economics: What's Wrong with the Conventional Macro Approach?" in J. A. Frankel, G. Galli, and A. Giovannini(eds.), *The Microstructure of Foreign Exchange Markets*, 1996.
  24. Frankel, J. and K. A. Froot, "Exchange Rate Forecasting Techniques, Survey Data, and Implications for the Foreign Exchange Markets," *NBER Working Paper*, No. 3470, 1990.
  25. Gallant, A. R., P. E. Rossi, and G. Tauchen, "Stock Prices and Volume," *Review of Financial Studies*, Vol. 5, 1992, pp. 199~242.
  26. Geweke, J. and S. Porter-Hudak, "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models," *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 4, 1983, pp. 221~238.
  27. Granger, C. W. J., "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods," *Econometrica*, Vol. 37, 1969, pp. 424~438.
  28. Granger, C. W. J. and R. Joyeux, "An Introduction to Long-Range Time Series Models and Fractional Differencing," *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 1, 1980, pp. 15~30.
  29. Hosking, J. R. M., "Fractional Differencing," *Biometrika*, Vol. 68, No. 1, 1981, pp. 165~176.
  30. Jorion, P., "Risk and Turnover in the Foreign Exchange Market," in J. A. Frankel et al. (eds.), *The Microstructure of Foreign Exchange Markets*, 1996.
  31. Kunsch, H. R., "Discrimination between Monotonic Trends and Long Range Dependence," *Journal of Applied Probability*, Vol. 23, 1986, pp. 1025~1030.
  32. Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes, "Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus GARCH Effects," *Journal of Finance*, Vol. 45, 1990, pp. 221~229.
  33. ———, "Endogenous Trading Volume and Momentum in Stock Return Volatility," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 11, 1994, pp. 253~260.
  34. Liesenfeld, R., "Dynamic Bivariate Mixture Models: Modeling the Behavior of Prices and Trading Volume," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 16, No. 1, 1998, pp. 101~109.
  35. Lo, A., "Long Term Memory in Stock Market Prices," *Econometrica*, Vol. 59, 1991, pp. 1279~1313.
  36. Lobato, I. and P. M. Robinson, "Averaged Periodogram Estimation of Long Memory," *Journal of Econometrics*, Vol. 73, 1996, pp. 303~324.
  37. ———, "A Nonparametric Test for  $I(0)$ ," *Review of Economic Studies*, Vol. 65, No. 3,

- 1998, pp. 475~496.
38. Richardson, M. and T. Smith, "A Direct Test of the Mixture of Distributions Hypothesis: Measuring the Daily Flow of Information," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 29, 1994, pp. 101~116.
39. Robinson, P. M., "Semiparametric Analysis of Long Memory Time Series," *Annals of Statistics*, Vol. 22, 1994, pp. 515~539.
40. ———, "Gaussian Semiparametric Estimation of Long Range Dependence," *Annals of Statistics*, Vol. 23, 1995a, pp. 1630~1661.
41. ———, "Log Periodogram Regression of Time Series with Long Range Dependence," *Annals of Statistics*, Vol. 23, 1995b, pp. 1048~1072.
42. Sowell, F. B., "Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models," *Journal of Econometrics*, Vol. 53, 1992, pp. 165~188.
43. Tauchen, G. and M. Pitts, "The Price Variability Volume Relationship on Speculative Markets," *Econometrica*, Vol. 51, 1983, pp. 485~505.
44. Tauchen, G., H. Zhang, and M. Liu, "Volume, Volatility and Leverage: A Dynamic Analysis," *Journal of Econometrics*, Vol. 74, 1996, pp. 177~208.