時間地平이 매우 긴 否定的 外部性: Pareto 最適, 世代間 利己的 均衡, Lindahl-Pigou 稅*

金 正 勳**

논문초록 利己的인 세대로 구성된 重複世代經濟에서 어떤 경제행위가 시·공간적으로 否定的 外部性을 영원히 갖는 경우에, 意思決定 視野의 길이가 무한인 세대간 계획자를 상정하여 Pareto 最適을 구하였다. 또한 이기적인 각 세대가 비협조적으로 그 경제행위의 수준을 결정할 경우를 Pareto 最適과 비교하였다. 時間地平이 매우 긴 否定的 外部性에 대한 矯正手段으로서 Lindahl-Pigou 稅를 제안하였다.

핵심주제어: 時間地平이 매우 긴 否定的 外部性, 世代間 利己的 均衡, Lindahl-Pigou 稅
경제학문헌목록 주제분류: Q2

I. 時間地平이 매우 긴 否定的 外部性이란?

否定的 外部性(negative externality)을 갖는 재화의 예로는 경제활동의 부산물로 생성되는 대기오염, 수질오염, 산업폐기물, 독극물, 핵폐기물 등이 있다. 이들이 갖는 부정적 외부성에는 시·공간적인 측면이 있다. 즉, 외부성을 일으키는 지점과 외부성의 영향이 미치는 지점이 공간상 달라질 수 있고, 동시에 외부성을 일으키는 시점과 외부성의 영향이 미치는 시점이 시간상 달라질 수 있다. 이 논문에서는 부정적 외부성의 시간적 측면을 부각시켜서 다루려 한다. 핵에너지의 예를 들어보자.

---

* 이 논문은 1999년 호원대학교 교내학술연구조성비에 의하여 연구되었습니다. 익명의 심사위원들께 감사드립니다.

** 호원대학교 경제통상학부 부교수

핵에너지 생산은 에너지라는 私財貨(private good)와 동시에 핵폐기물이라는 부정적 외부성을 갖는 악재(bad)를 동시에 만들어낸다. 현재세대가 얻은 에너지는 일시적으로 저장될 수 있으나 장기적으로 저장될 수 없는 반면, 핵폐기물은 미래세대에게 장기적으로 남겨지게 된다. 즉 핵폐기물을 만드는 세대와 핵폐기물로 인해서 잠재적으로 피해를 볼 가능성이 있는 미래세대는 시간적으로 분리되어 있다. 이런 시간적인 분리 때문에 현재세대의 意思決定 視野의 길이는 현재세대의 핵에너지 생산 수준의 결정에 — 따라서 미래세대의 행복에 — 지대한 영향을 주기 때문에 매우 중요하다.

각 세대의 意思決定 視野의 길이는 각 세대의 利己心 및 利他心에 의해서 결정된다.[1] 각 세대가 이기심 때문에 미래세대에 남겨질 부정적인 외부성을 고려하지 않고 핵에너지의 생산수준을 결정하는 경우에 각 세대의 의사결정 시야의 길이는 핵폐기물의 실제 지속시간의 길이보다 짧을 것이다. 반면에 각 세대가 세대간 이타심으로 미래세대에 남겨질 부정적인 외부성을 고려하여 핵에너지의 생산수준을 결정할 수 있다. 그러나 이타적 배려에도 불구하고, 여러 이유로(예를 들면, 관련 지식 및 자료의 부족 등으로) 각 세대의 의사결정 시야의 길이가 핵폐기물의 실제 지속시간의 길이보다 짧아지는 경우도 있을 것이다.[2] 의도적이든 비의도적이든 각 세대가 핵에너지의 생산수준을 결정함에 핵폐기물이 미래세대에게 갖는 부정적인 영향을 충분히 고려하지 못하는 경우가 가능한 것이다. 즉, 외부성을 일으키는 경제행위에 관한 의사결정 당시에, 고려된 시간적 시야의 길이보다 외부성의 실제 지속시간의 길이가 긴 경우를 일컬어 시간지평이 매우 긴 외부성이라 정의하자.[3] 예를 들어,

---

1) 세대간 이타심(intergenerational altruism)을 모형화하는 방법으로는, 현재세대의 효용함수의 한 변수(argument)로서 바로 다음 세대의 소비수준을 포함시키는 방법인 'short-range' paternalistic intergenerational altruism(Kohlberg, 1971), 모든 미래세대의 소비수준을 포함시키는 방법인 'long-range' paternalistic intergenerational altruism(Barro, 1974), 다음 세대의 효용수준을 포함시키는 방법인 nonpaternalistic intergenerational altruism(Ray, 1987) 등이 있다.

2) 플라스틱, 합성섬유, 염료, 안료, 접착제, 식품첨가제, 방향제, 농약 등 인간은 수많은 합성유기화학물을 생산·사용하고 있다. 이들 합성유기화학물은 생체에 피해를 준다. 단기에 피해를 주는 일부의 합성유기화학물은 그 즉시성 때문에 그 피해가 우리에게 잘 알려지게 되었고 즉각적으로 대처할 수 있었다. 그러나 생체 안에 들어가 장기적으로 축적되어 내분비계를 교란시키는 환경호르몬(environmental endocrine disruptor, EED) 이라 일컬어지는 일부의 합성유기화학물의 피해는 최근에 와서야 알려지게 되었다. 따라서 현재의 지식 및 자료에 비추어볼 때, 1970~80년대의 합성유기화학물의 생산·사용이 과도하였다고 평가할 수 있다.

핵에너지 생산에 따른 핵폐기물은 시간지평이 매우 긴 부정적 외부성을 갖는 악재이다.

부정적 외부성에 대한 동태적 분석으로서 대표적인 예는 에너지 사용과 그에 따른 오염문제에 대한 연구로서 Forster(1980)이다. 그러나 이런 종류의 분석의 경우에 '눈에 잘 뜨이지 않는' 가정이 있다. 그 가정은 어떤 경제행위자가 시간상으로 외부성을 갖는 경제활동을 선택할 경우, 그 행위자가 의사결정 당시에 고려한 시간적 시야의 길이가 외부성의 실제 지속시간의 길이보다 길다는 (적어도 짧지 않다는) 점이다.[4] 바꿔 말해서, 의사결정의 시야가 무한인 계획자의 입장에서만 분석한다는 점이다. 이에 비해서 본 논문은 어떤 경제행위자가 시간상으로 외부성을 갖는 경제활동을 선택할 경우, 그 행위자가 의사결정 당시에 고려한 시간적 시야의 길이보다 부정적 외부성의 실제 지속시간의 길이가 긴 경우를 명백하게 모형화하여 다루려는 것이다.

제Ⅱ절에서는 重複世代經濟(overlapping-generations economy)를 상정하여 각 세대는 수명이 두 시기인 이기적인 세대로 구성되며, 이 경제에 긴 수명의 부정적 외부성을 갖는 경제행위를 가정하였다. 제Ⅲ절에서는 의사결정 시야의 길이가 무한인 세대간 계획자(intergenerational planner)를 상정하여 부정적 외부성을 갖는 악재의 Pareto 최적 총량(시간경로)을 구하였다. 제Ⅳ절에서는 이기적인 각 세대가 비협조적으로 경제행위의 수준을 결정할 경우, 부정적 외부성을 갖는 악재의 총량(시간경로)을 구하여 비교하였다. 제Ⅴ절에서는 정책결정자가 개입할 경우, 부정적 외부성에 대한 교정수단으로서 Lindahl-Pigou 稅를 제안하였다. 이것은 相互的 外部性(reciprocal externality)에 대한 교정수단으로서 Cornes and Sanler(1985) 및 Sandler and Sterbenz(1988)의 Pigou 稅에 대한 代案 提示의 성격을 갖고 있다. 제Ⅵ절에서는 앞으로의 연구과제로서 세대간 이타심과 內生的 選好形成(endogenous preference formation)의 측면을 간단히 언급하였다.

---

3) 매우 긴 수명이란 Mishan(1981)의 long-livedness(長生性)를 염두에 둔 표현이다.

4) 모든 정태적 분석이 이에 속한다고 볼 수 있다.

Ⅱ. 模 型

시간이 이산적 변수인 중복세대경제를 상정해 보자. 이 경제는 수명이 두 시기인 세대로 구성된다. 각 시기에 한 세대가 태어난다. 각 세대는 1명의 대표자로 구성된다. 그러므로 한 시기에는 늙은 세대 1명과 젊은 세대 1명 모두 2명이 존재한다. t 시기에 태어난 세대를 t 세대라 하자. t 세대는 t 시기에 젊은 세대이고 t+1 시기에 늙은 세대이다.

어떤 한 세대의 私的 經濟行爲는 이 경제의 單位財(numeraire good)를 생산하고 동시에 시간지평이 매우 긴 부정적 내구성을 갖는 악재(이하 단순히 악재라 부르기로 한다)를 생산해낸다. 한 단위의 사적 경제행위는 θ단위의 단위재를 생산하며, 동시에 한 단위의 악재를 생산한다.

$$\text{x 단위의 경제행위} \rightarrow \begin{cases} \theta \text{x} & \text{단위의 단위재} \\ \text{x} & \text{단위의 악재} \end{cases}$$

생산된 단위재는 한 시기가 지나면 소멸되는 非耐久財이며, 악재는 지속적으로 축적된다. 다행스럽게 자연은 同化能力(assimilative capability)이 있어서, 한 시기 동안에 이 악재를 흡수하여 $(1-\sigma)$의 고정 비율로 해가 없는 물질로 바꾸어낸다. 단, $0<\sigma<1$. 이제 x_t^O는 t 시기에 t−1 세대(늙은 세대)의 경제행위의 단위를, x_t^Y는 t 시기에 t 세대(젊은 세대)의 경제행위의 단위를, X_t는 t 시기까지 축적된 악재의 總量 단위를 나타낸다고 하자. 이 악재의 상태방정식(state equation)은 다음과 같다.

$$X_t = \sigma(X_{t-1} + x_{t-1}^O + x_{t-1}^Y).$$

이때, 우리는 σ를 시간적 외부성의 정도를 나타내는 모수로 해석할 수 있다. σ가 1에 접근할수록 시간적 외부성이 강하며, σ가 0에 접근할수록 약하다.

각 세대의 효용은 직접적으로 같은 시기의 다른 세대의 경제행위에 의해서 영향을 받으며, 간접적으로 모든 과거세대의 경제행위에 의해서 영향을 받는다. 또한 한 세대의 경제행위는 직접적으로 같은 시기의 다른 세대의 효용에 영향을 주며,

간접적으로 모든 미래세대의 효용에 영향을 준다. t 세대의 일생의 효용을 W_t라 할 때 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} W_t(x_t^Y, x_t^O, X_t, x_{t+1}^Y, x_{t+1}^O, X_{t+1}) &= U(x_t^Y, x_t^O, X_t) + \delta U(x_{t+1}^Y, x_{t+1}^O, X_{t+1}) \\ &= [\theta x_t^Y - V(x_t^Y, x_t^O, X_t)] + \delta[\theta x_{t+1}^O - V(x_{t+1}^Y, x_{t+1}^O, X_{t+1})] \\ &= [\theta x_t^Y - \frac{1}{2}(X_t + x_t^Y + x_t^O)^2] + \delta[\theta x_{t+1}^O - \frac{1}{2}(X_{t+1} + x_{t+1}^Y + x_{t+1}^O)^2] \\ &\quad (t \geq 1). \end{aligned}$$

W_t에 관한 가정들을 간단히 논의한다. 우선 W_t는 W_{t+i}, $i \geq 1$ 및 x_{t+i}^O, x_{t+i}^Y, $i \geq 2$을 변수(argument)로 갖지 않으므로 이기적이다. 그러나 젊은 세대의 젊은 시기의 효용함수에 늙은 세대의(늙은 시기의) 경제행위가 변수로서 포함되고 늙은 세대의 늙은 시기의 효용함수에 젊은 세대의(젊은 시기의) 경제행위가 변수로서 포함되므로, 부정적 외부성은 상호적 외부성(reciprocal externality)의 경우이다. $W_t = U + \delta U$에서 U와 δ가 t의 함수가 아니므로 각 세대는 출생시기를 제외하곤 동일하며, 일생의 효용은 젊은 시기와 늙은 시기로 분리되며, 젊은 시기와 늙은 시기의 시기별 효용함수는 동일하다. δ는 世代間 共通 割引率을 나타낸다. $0<\delta<1$. 시기별 효용함수는 $U = \theta x_t^h - V(x_t^h, x_t^{\sim h}, X_t)$, $h=Y, O$로 준선형적(quasi-linear)이다. 시기별 효용함수의 비선형 부분은 $V = \frac{1}{2}(X_t + x_t^O + x_t^Y)^2$로 이차함수이다. $V = \frac{1}{2}(X_t + x_t^O + x_t^Y)^2$ 는 악재의 완벽한 제거에 대한 각 세대의 시기별 지불의지(willingness-to-pay)로 해석할 수 있다. 단, $t=0$에서 늙은 세대의 효용함수는 다음과 같다.

$$W_0 = U(x_1^Y, x_1^O, X_1) = \theta x_1^O - \frac{1}{2}(X_1 + x_1^Y + x_1^O)^2.$$

다음 절에서는 이 중복세대경제 하에서 악재에 관련된 Pareto 최적에 대해서 알아본다.

Ⅲ. Pareto 最適

의사결정 시야의 길이가 무한인 세대간 계획자(intergenerational planner)를 상정할 경우, 악재의 Pareto 最適은 다음 문제의 해에서 달성된다.

$$\max_{\{x_t\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} [\theta x_t - (X_t + x_t)^2] \quad (1)$$

5)

$$\text{subject to} \quad X_t = \sigma(X_{t-1} + x_{t-1}) \text{ and } X_0 \text{ given.}$$

$\theta x-(X+x)^2$는 상방유계이므로 문제(1)은 잘 정의되어 있다. 또한 $\theta x-(X+x)^2$는 모든 $X \geq 0$, $x \geq 0$에 대해서 오목하므로, 문제(1)의 목적함수도 오목하기 때문에 1차 조건만으로 충분하다. x_t에 대한 1차 조건을 구하면 다음과 같다. 모든 t에 대해서,

$$\theta - 2(X_t + x_t) - 2\delta\sigma(X_{t+1} + x_{t+1}) = 0. \quad (2)$$

식(2)를 $Z_t = X_t + x_t$로 치환하면 다음의 선형 차분방정식을 얻는다. 단, $X \geq 0$, $x \geq 0$이므로 $Z_t \geq 0$.

$$Z_{t+1} + \frac{1}{\delta\sigma} Z_t = \frac{\theta}{2\delta\sigma}. \quad (3)$$

차분방정식(3)의 일반해는 다음과 같다.

$$Z_t = \frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)} + C\left(-\frac{1}{\delta\sigma}\right)^t. \quad (4)$$

이때, C는 임의의 상수이다. 식(4)에서 $-\frac{1}{\delta\sigma}$가 음수이고 그 절대값이 1보다 크므로, 시간경로는 진동적이며 발산적이다. 그러므로 모든 t에 대해서 $Z_t \geq 0$가

5) 문제($\max_{\{x_t^O, x_t^Y\}_{t=1}^{\infty}} \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} \left[\theta x_t^O - \frac{1}{2}(X_t + x_t^O + x_t^Y)^2 + \theta x_t^Y - \frac{1}{2}(X_t + x_t^O + x_t^Y)^2 \right]$ subject to $X_t = \sigma(X_{t-1} + x_{t-1}^O + x_{t-1}^Y)$ and X_0 given)를 $x_t = x_t^O + x_t^Y$를 이용하여 치환하면 문제(1)이 된다.

성립하려면, 식(4)에서 C는 0이 되어야 한다. 즉 차분방정식(3)의 해는 특수적분으로만 구성된다. 따라서 모든 t에 대해서, Pareto 최적해는 다음과 같다.

$$x_t^{\star} = \max\left\{\frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)} - X_t, 0\right\}.$$

이상의 논의를 정리하면 다음과 같다.

〔정리 1〕 Pareto 최적에서의 악재의 총량은 $\dfrac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}$ 이다.

$\dfrac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}$ 는 악재 총량의 下限이 된다. 악재가 실제로 비내구적이라면($\sigma=0$), 각 시기별 악재의 Pareto 최적총량은 $\dfrac{\theta}{2}$ 이다. 〔정리 1〕은 시간적 외부성으로 인해서 악재의 최적총량이 보다 작아야 함을 보여준다. 다음 절에서는 이기적인 각 세대가 다른 세대와 비협조적으로 자신의 효용을 최대화할 경우의 악재의 총량을 구하여 보기로 한다.

Ⅳ. 世代間 利己的 均衡

이기적인 각 세대가 다른 세대와 비협조적으로 자신의 효용을 최대화한다고 하면, 각 세대는 같은 시기의 다른 세대와 게임상황에 있게 된다. 따라서, t 시기에서 늙은 세대의 보상함수(payoff function)는 다음과 같다.

$$\Pi_t^{O}(x_t^{O}, x_t^{Y}) = \theta x_t^{O} - \frac{1}{2}(X_t + x_t^{O} + x_t^{Y})^2. \tag{5}$$

목적함수가 오목하기 때문에 1차 조건만으로 충분하며, 다음과 같다.

$$\theta \le X_t + x_t^{O} + x_t^{Y}, \quad x_t^{O} > 0 \;\Rightarrow\; \theta = X_t + x_t^{O} + x_t^{Y}. \tag{6}$$

따라서, 늙은 세대의 최선반응함수(best response function)는 다음과 같다.

$$R^O_t(x^Y_t) = \max\{(\theta - X_t) - x^Y_t, 0\}. \tag{7}$$

한편, t 시기에서 젊은 세대의 보상함수는 다음과 같다.

$$\Pi^Y_t(x^O_t, x^Y_t, x^O_{t+1}, x^Y_{t+1}) = [\theta x^Y_t - \frac{1}{2}(X_t + x^O_t + x^Y_t)^2] + \delta[\theta x^O_{t+1} - \frac{1}{2}(X_{t+1} + x^O_{t+1} + x^Y_{t+1})^2]. \tag{8}$$

목적함수가 오목하기 때문에 1차 조건만으로 충분하다. x^O_{t+1}에 대한 1차 조건은 식(6)과 동일하므로, x^Y_t에 대한 1차 조건을 구하면 다음과 같다.

$$\theta \le (X_t + x^O_t + x^Y_t) + \delta\sigma(X_{t+1} + x^O_{t+1} + x^Y_{t+1}),$$
$$x^Y_t > 0 \;\Rightarrow\; \theta = (X_t + x^O_t + x^Y_t) + \delta\sigma(X_{t+1} + x^O_{t+1} + x^Y_{t+1}). \tag{9}$$

이때, 각 세대가 출생시기를 제외하곤 동일하므로 對稱性(symmetry)을 이용하여서, 모든 t에 대해서 $X_t + x^O_t + x^Y_t$가 동일함을 이용하면 식(9)는 다음과 같다.

$$x^Y_t > 0 \;\Rightarrow\; \theta = (1 + \delta\sigma)(X_t + x^O_t + x^Y_t).$$

따라서, 젊은 세대의 최선반응함수는 다음과 같다.

$$R^Y_t(x^O_t) = \max\left\{\left(\frac{\theta}{1+\delta\sigma} - X_t\right) - x^O_t, 0\right\}. \tag{10}$$

〈그림 1〉에서 볼 수 있듯이 對稱的 Nash 均衡은 식(7)과 식(10)의 교점인 $x^{Y*}_t = 0$, $x^{O*}_t = \max[\theta - X_t, 0]$이다.

어떤 t_0 시기에서 $X_{t_0} \ge \theta$일 경우, $x^{Y*}_{t_0} = 0$, $x^{O*}_{t_0} = 0$이나, m 시기가 경과하여 처음으로 $\sigma^m X_t < \theta$이 성립하면, $t_0 + m$ 시기 이후 모든 $t \ge t_0 + m$에 대해서 $X_t + x^{O*}_t + x^{Y*}_t$는 θ가 된다. 그러므로 이상의 논의를 정리하면 다음과 같다.

〔정리 2〕 이기적인 각 세대가 비협조적으로 행동할 경우, 장기적으로 악재의 총량은 θ이다.

〔정리 2〕에서 재미있는 점은 대칭적 Nash 균형에서 악재의 총량(θ)이 할인율(δ)이나 시간적 외부성(σ)에 좌우되지 않는다는 것이다. 이는 주어진 시기에 언제나 '이기적인' 늙은 세대가 존재하기 때문이다. 따라서 θ는 악재 총량의 上限이 된다.

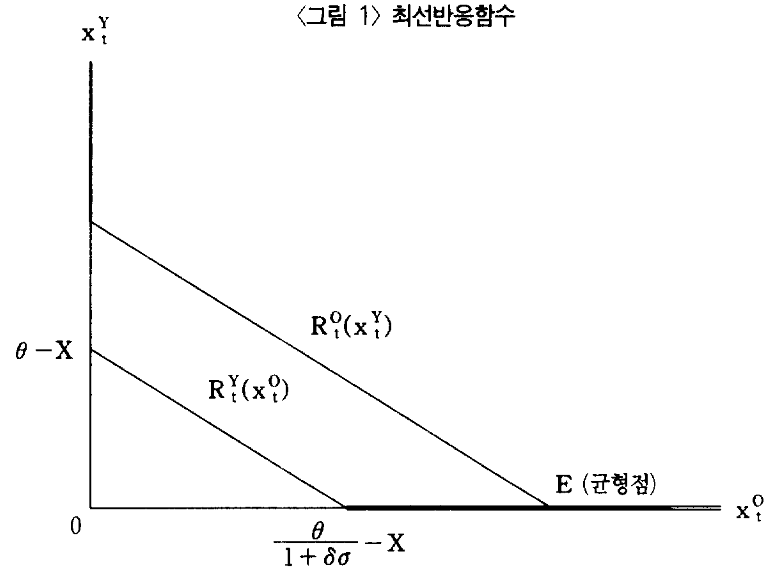
악재의 시간적 외부성이 강할수록($\sigma \to 1$), 악재의 Pareto 최적총량 $\frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}$은 작아진다. 그래서 다음의 정리를 얻는다.

〔정리 3〕 이기적인 각 세대가 비협조적으로 행동할 경우, 시간적 외부성이 강할수록 악재의 총량은 Pareto 최적에서 멀어진다. 즉,

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}\left[\theta - \frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}\right] > 0.$$

이론적인 측면에서만 보면, 〔정리 3〕은 외부성이 존재할 때의 의사결정이 사회적 최적과 달라진다는 것과 같다. 다만 공간적 측면에 시간적 측면을 보완한 것이다. 그러나 〔정리 3〕의 의의는 현재세대가 시간지평이 매우 긴 부정적 외부성을 갖는 경제행위를 결정할 경우에 이기적으로 행동한다면 Pareto 최적에서 멀어지므로 현

〈그림 1〉 최선반응함수



재세대는 조심해야 한다는 '도덕적 경고'의 합리적 설명이 될 수 있다는 점이다.[6]

다음 절에서는 부정적 외부성에 대한 교정수단으로서 Lindahl-Pigou 세를 다루기로 한다.

V. Lindahl-Pigou 稅

이 중복세대 경제에서 경제행위는 相互的 外部性(reciprocal externality)을 갖는다. 이미 식(5)와 식(8)에서 보았듯이, 늙은 세대의(늙은 시기의) 효용은 젊은 세대의(젊은 시기의) 경제행위에, 또한 젊은 세대의(젊은 시기의) 효용은 늙은 세대의(늙은 시기의) 경제행위에 좌우되므로 게임 상황이다. 다만 대칭적 Nash 균형에서는 $\frac{\partial x_t^h}{\partial x_t^{\sim h}} = 0$ (h=Y, 0)를 가정하였다. 그러나 Cornes and Sandler(1985)와 Sandler and Sterbenz(1988)의 지적처럼 $\frac{\partial x_t^h}{\partial x_t^{\sim h}} > 0$이거나 $\frac{\partial x_t^h}{\partial x_t^{\sim h}} < 0$일 수 있다.[7] 따라서 늙은 세대의(늙은 시기의) 경제행위는 젊은 세대의(젊은 시기의) 경제행위에 대한 기대(expectation)가 중요한 변수이며, 또한 젊은 세대의(젊은 시기의) 경제행위는 늙은 세대의(늙은 시기의) 경제행위에 대한 기대가 중요한 변수이다. Cornes and Sandler(1985)와 Sandler and Sterbenz(1988)의 연구는 여러 가지의 기대에 대한 가정 하에서 Pigou 稅를 통하여 'Nash적' 균형조건을 Pareto 최적조건과 일치시키려는 노력이다. 그러나 기대가 어떻게 형성되는가는 또 다른 가정을 전제로 한다.[8] 이 논문에서 제기하려는 것은 기대에 대해서 어떤 식으로 가정을 하든 Pigou 稅만이 정책수단이라면, 의사결정 문제는 여전히 게임상황으로 남는다는 점이다. 따라서 Pigou 稅에 추가적인 정책수단을 도입하여 각 세대의 의사결정 문제를 게임상황에서의 의사결정 문제에서 비게임상황의 의사결정 문제(단순한 최적화문제)로 바꾸려는 것이다. 즉, 기대를 정책변수화하여서 외생변수로 바꾸는 것이다.

---

6) 각 세대가 동일한 n명으로 구성된 경우에 Pareto 최적으로부터의 거리는 더욱 멀어진다 $\left(\left[\theta - \frac{\theta}{2n(1+\delta\sigma)}\right] > \left[\theta - \frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}\right]\right)$. 물론 이 결론은 상호적 외부성의 상호작용을 $nx_t^O + nx_t^Y$로 가정했을 경우에 국한된다.

7) 차례로 zero conjecture, positive conjecture, negative conjecture 가정이라 부른다.

8) Sandler and Sterbenz(1988)는 이런 측면에서 Cornes and Sandler(1985)를 발전시킨 것이다.

Lindahl-Pigou 稅의 기본적 형태는 $\{((\tau^O_t, \lambda^O_t), (\tau^Y_t, \lambda^Y_t))\}^{\infty}_{t=1}$이나, 각 세대가 출생시기를 제외하곤 동일하므로, 모든 t에 대해서, $\tau^O_t = \tau^O$, $\lambda^O_t = \lambda^O$, $\tau^Y_t = \tau^Y$, $\lambda^Y_t = \lambda^Y$를 가정하여, 4개의 정책변수$((\tau^O, \lambda^O), (\tau^Y, \lambda^Y))$를 Lindahl-Pigou 稅의 기본적인 형태라 하자. 정책변수 τ^O는 늙은 세대의 보전율을 나타낸다. 늙은 세대가 x^O_t 단위의 경제행위를 택하여 θx^O_t 단위의 단위재가 생산되는 경우에 늙은 세대는 그 중 $\tau^O \theta x^O_t$ 단위의 단위재만을 소비하게 되는 것이다. 그러므로 $1-\tau^O$는 늙은 세대의 세율을 나타낸다. 단, $0 < \tau^O \leq 1$. 마찬가지로 정책변수 τ^Y는 젊은 세대의 보전율을 나타낸다. 단, $0 < \tau^Y \leq 1$.

정책변수 λ^O는 늙은 세대 경제행위에 따라서 연계되어 결정되는 젊은 세대 경제행위에 대한 허용률을 의미한다. 즉 t 시기에서 늙은 세대가 만약 x^O_t 단위의 경제행위를 선택할 경우에 젊은 세대가 택할 수 있는 경제행위의 단위는 식 $x^Y_t = \lambda^O \cdot x^O_t$ 에 의해서 자동적으로 결정된다는 것이다. 바꿔 말해서, t 시기에서 늙은 세대가 경제행위를 결정할 때, 젊은 세대의 경제행위에 대한 기대를 $x^Y_t = \lambda^O_t \cdot x^O_t$로 대체하면 된다는 것이다. 마찬가지로 정책변수 λ^Y는 젊은 세대의 경제행위에 따라서 연계되어 결정되는 늙은 세대 경제행위에 대한 허용률을 나타낸다.[9] 다만 정책결정자는 λ^O와 λ^Y를 결정할 때, 다음이 만족되게 결정해야 한다.

$$(1+\lambda^O)\,x^O_t = (1+\lambda^Y)\,x^Y_t\,. \tag{11}$$

이를 일관성(consistency) 조건이라 하자.[10] 만약 식(11)이 만족되지 않는다면, 늙은 세대가 계산한 악재의 총량과 젊은 세대가 계산한 악재의 총량이 일치하지 않는다는 것이므로 기대에 대한 대체로서의 의미를 잃게 된다. Lindahl-Pigou 稅는 식(11)을 만족시켜야 한다.

9) Cornes and Sandler(1985)에서 기대가 각각 $\frac{\partial x^Y_t}{\partial x^O_t} = \lambda^O$, $\frac{\partial x^O_t}{\partial x^Y_t} = \lambda^Y$인 경우에 해당한다.

10) 이는 Lindahl 균형에서 공공재에 개인적 가격(personalized price)을 부여하되 개인적 의사결정이 서로 일치되어야 하는 만장일치(unanimity) 조건과 유사하다. 그래서 이 절의 제목인 Lindahl-Pigou 稅의 Lindahl도 이런 의미를 빌린 것이다.

늙은 세대의 문제는 (τ^O, λ^O) 하에서 다음 같이 개인의 최적화 문제로 바뀐다.

$$\max_{x_t^O} \ \tau^O \cdot \theta x_t^O - \frac{1}{2}[X_t + (1+\lambda^O) x_t^O]^2 .$$

1차 조건을 구하면 다음과 같다.

$$\tau^O \theta \leq (1+\lambda^O)[X_t + (1+\lambda^O) x_t^O],$$

$$x_t^O > 0 \Rightarrow \frac{\tau^O}{1+\lambda^O}\theta = X_t + (1+\lambda^O) x_t^O . \qquad (12)$$

그러므로 늙은 세대의 개인적 결정은 다음과 같다.

$$(1+\lambda^O) x_t^O = \max\left\{\frac{\tau^O}{1+\lambda^O}\theta - X_t, 0\right\}. \qquad (13)$$

마찬가지로 젊은 세대의 문제는 다음과 같이 개인의 최적화 문제로 바뀐다.

$$\max_{x_t^Y, x_{t+1}^O} \ [\tau^Y \cdot \theta x_t^Y - \frac{1}{2}(X_t + (1+\lambda^Y) x_t^Y)^2] + \delta[\tau^O \cdot \theta x_{t+1}^O - \frac{1}{2}(X_{t+1} + (1+\lambda^O) x_{t+1}^O)^2].$$

x_{t+1}^O 에 대한 1차 조건은 식(12)와 동일하다. x_t^Y에 대한 1차 조건은 다음과 같다.

$$\tau^Y \theta \leq (1+\lambda^Y)[X_t + (1+\lambda^Y) x_t] + (1+\lambda^Y)\delta\sigma[X_{t+1} + (1+\lambda^O) x_{t+1}^O],$$

$$x_t^Y > 0 \Rightarrow \frac{\tau^Y}{1+\lambda^Y}\theta = [X_t + (1+\lambda^Y) x_t^Y] + \delta\sigma[X_{t+1} + (1+\lambda^O) x_{t+1}^O]. \qquad (14)$$

이때 일관성 조건에 의해서, 모든 t에서 $(1+\lambda^O) x_t^O = (1+\lambda^Y) x_t^Y$이다. 또한 대칭성에 의해서, 모든 t에서 $X_t + (1+\lambda^Y) x_t^Y$가 동일하므로 식(14)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x_t^Y > 0 \ \Rightarrow \ \frac{\tau^Y}{1+\lambda^Y}\,\theta = (1+\delta\sigma)[X_t + (1+\lambda^Y)x_t^Y].$$

그러므로 젊은 세대의 개인적 결정은 다음과 같다.

$$(1+\lambda^Y)x_t^Y = \max\left\{\frac{1}{1+\delta\sigma}\,\frac{\tau^Y}{1+\lambda^Y}\,\theta - X_t, 0\right\}. \tag{15}$$

식(13)과 식(15)에 일관성 조건을 적용하면, 다음을 얻는다.

$$\frac{\tau^O}{1+\lambda^O} = \frac{1}{1+\delta\sigma}\,\frac{\tau^Y}{1+\lambda^Y}. \tag{16}$$

식(16)은 임의의 $((\tau^O, \lambda^O), (\tau^Y, \lambda^Y))$가 Lindahl-Pigou 稅가 되기 위한 하나의 필요조건이 되고 있다. 이제 악재의 총량을 Pareto 최적량에 일치시키면, 다음을 얻는다.

$$\frac{\tau^O}{1+\lambda^O} = \frac{1}{2(1+\delta\sigma)} \quad (\Leftrightarrow \ 1+\lambda^O = 2(1+\delta\sigma)\tau^O), \tag{17-1}$$

$$\frac{\tau^Y}{1+\lambda^Y} = \frac{1}{2} \quad (\Leftrightarrow \ 1+\lambda^Y = 2\tau^Y). \tag{17-2}$$

식(17-1) 또는 식(17-2)는 임의의 $((\tau^O, \lambda^O), (\tau^Y, \lambda^Y))$이 Lindahl-Pigou 稅가 되기 위한 또 하나의 제약조건이 되고 있다.[11] 따라서 Lindahl-Pigou 稅의 성질을 구할 수 있다.

〔정리 4〕 Lindahl-Pigou 稅에서, (i) 보전율을 똑같이 정하려면 늙은 세대의 허용률이 젊은 세대의 허용률보다 커야 하며, (ii) 허용률을 똑같이 정하려면 늙은 세대의 보전율이 젊은 세대의 보전율보다 작아야 한다. 즉,

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}\left[\theta - \frac{\theta}{2(1+\delta\sigma)}\right] > 0.$$

(i) $\tau^O = \tau^Y$이면, $\lambda^O > \lambda^Y$. $(1+\lambda^O) = (1+\delta\sigma)(1+\lambda^Y)$.

(ii) $\lambda^O = \lambda^Y$이면, $\tau^O > \tau^Y$. $\tau^Y = (1+\delta\sigma)\tau^O$.

11) (16) & (17-1) $\Rightarrow$ (17-2) 또는 (16) & (17-2) $\Rightarrow$ (17-1).

〔정리 4〕의 요점은 늙은 세대의 의사결정 시야가 젊은 세대의 그것보다 짧으므로 경제행위의 대가를 비싸게 치르게 한다는 점이다. 끝으로 각 세대가 개별적으로 효용을 극대화하면서도 Pareto 최적이 달성되는 Lindahl-Pigou 稅의 구체적인 두 가지 예를 구해 본다.

예: (i) 보전율을 똑같이 1로 정하려면 ($\tau^{O}=\tau^{Y}=1$), Lindahl-Pigou 稅는 $\lambda^{O}=1+2\delta\sigma$, $\lambda^{Y}=1$이다.

(ii) 허용률을 똑같이 1로 정하려면 ($\lambda^{O}=\lambda^{Y}=1$), Lindahl-Pigou 稅는 $\tau^{O}=\dfrac{1}{1+\delta\sigma}$, $\tau^{Y}=1$이다.

Ⅵ. 앞으로의 硏究課題

시간지평이 매우 긴 부정적 외부성을 강조하기 위해서 중복세대모형을 도입하였고, 또한 이 경제에서 닫힌 형태의 해를 갖기 위해서, 효용함수도 이차함수로 단순화하였으며, 해를 구함에 안정성, 대칭성을 이용하였다. (보다 일반적인 형태의 효용함수 하에서 비슷한 논의를 질적으로 분석할 수 있을 것이다. 이는 필자의 능력을 넘어서는 일이다.) 시간지평이 매우 긴 부정적 외부성으로 인해서 Pareto 최적으로부터 유의적 차이가 날 수 있음을 지적하였다. 나아가서 상호적 외부성의 교정수단으로서 Pigou 稅가 갖는 게임적 상황의 한계를 넘어보고자 하였다.

끝으로 효용함수와 관련하여 의미있는 측면을 지적하고자 한다. 첫째는 이타심에 관한 논의이다. 이 논문에서는 단순히 세대간 이기심을 가정하였다. 그러나 세대간 이타심을 가정한 경우의 연구도 필요할 것이다. 만약 악재의 긴 수명이 세대간 이타심과 상쇄되어 Pareto 최적으로부터 유의적 차이가 나지 않는다는 결론을 얻는다면, 현재세대는 현재세대 경제행위가 미래세대에 미칠 영향에 대해서 안심할 수 있을 것이다. 만약 세대간 이타심에도 불구하고 Pareto 최적으로부터 유의적 차이를 가져온다는 결론이라면, 현재세대는 현재세대 경제행위가 미래세대에 미칠 영향에 대해서 안심할 수 없을 것이다. 따라서 세대간 이타심의 경우와 세대간 이기심의 경우를 비교해야 할 것이다.

둘째는 효용함수와 환경 간의 상호의존성에 대한 논의로서 이는 내생적 선호형성

(endogenous preference formation)과 관련되어 있다. 예를 들어서, 효용함수가 다음과 같다고 하자. h=O, Y에 대해서,

$$U^h(x_t^Y, x_t^O, X_t) = \theta(X_t) \cdot x_t^h - V(x_t^O + x_t^Y), \quad \theta' < 0.$$

각 시기의 악재의 총량 X_t는 θ를 결정한다. 따라서 악재의 총량 X_t는 효용함수의 무차별곡선의 기울기, $\frac{V'}{\theta}$에 영향을 준다. X_t가 클수록 악재를 더 혐오하게 되며, 작을수록 덜 혐오한다. 이와 같이, 악재가 선호형성에 영향을 줄 경우에, 만약 상태방정식이 $X_t = x_{t-1}^O + x_{t-1}^Y$이라면, 각 세대가 비협조적으로 행동할 경우에 악재의 총량이 증감을 반복할 것이다. 그러나 만약 상태방정식이 $X_t = \sigma \cdot (X_{t-1} + x_{t-1}^O + x_{t-1}^Y)$ 이라면, 각 세대가 비협조적으로 행동할 경우에 오히려 악재의 총량이 상대적으로 작게 증감을 반복할 수 있을 것이다. 따라서 악재가 선호의 형성에 영향을 주는 경우에 악재의 시간경로가 어떻게 변화하는지 연구할 수 있을 것이다.

■ 參考文獻

1. Barro, R., "Are Government Bonds are Net Worth ?" *Journal of Political Economy*, 82, 1974, pp. 1095~1118.
2. Cornes, R. and T. Sandler, "Externalities, Expectations, and Pigouvian Taxes," *Journal of Environmental Economics and Management*, 12, 1985, pp. 1~13.
3. Forster, B. A., "Optimal Energy Use in a Polluted Environment," *Journal of Environmental Economics and Management*, 7, 1980, pp. 321~333.
4. Kohlberg, E., "A Model of Economic Growth with Altruism between Generations," *Journal of Economic Theory*, 13, 1971, pp. 1~13.
5. Mishan, E. J., "The Difficulty in Evaluating Long-Lived Public Projects," in E. J. Mishan, *Economic Efficiency and Social Welfare*, London: Allens & Unwin, 1981.
6. Ray, D., "Nonpaternalistic Intergenerational Altruism," *Journal of Economic Theory*, 41, 1987, pp. 112~132.
7. Sandler, T. and F. P. Sterbenz, "Externalities, Pigouvian Corrections, and Risk Attitudes," *Journal of Environmental Economics and Management*, 15, 1988, pp. 488~504.