情報財와 公正配分*

손 상 영** · 주 병 기***

논문초록 정보재를 개발 및 복제하는 경제에서 효율성과 공정성을 만족하는 사회선택규칙의 존재에 대하여 연구한다. 공정성의 기준으로 no-envy와 등평등주의성(egalitarian equivalence)을 고려한다. 정보재 생산요소인 일반재의 부존자원(endowment)이 사회에 귀속되어 있고 사회가 정보재를 개발하고 보급하는 경우, 균등배분하한(equal division lower bound)이라는 기본적인 조건을 충족하는 사회선택규칙이 효율성과 공정성을 동시에 만족하는 것은 불가능함을 보인다. 어떤 개인에 의하여 이미 개발된 정보재를 복제하여 배분하는 문제의 경우 효율성과 공정성을 충족하는 사회선택규칙이 존재하는데 이들 중에서 코어-안정성(core stability)을 띄는 규칙들을 모두 찾아내는 것이 논문의 두 번째 주요 결과이다. 이로부터, 코어배분 중 envy-free 거래조건을 만족하면서 정보재를 사용하지 않는 소비자가 존재하는 배분들은 후생적으로 유일하며 완전경쟁균형과 동일함을 보인다. 마지막으로 재복제가능성 혹은 공급자가 다수일 때, 코어배분은 후생적으로 유일하며 envy-free 거래조건을 함축함을 보인다.

핵심 주제어: 정보재, no-envy, 코어
경제학문헌목록 주제분류: D3, D6

---

* 본 논문에 대해 소중한 지적을 해주신 두분의 익명의 심사자께 감사드린다.
** 제1저자, 정보통신정책연구원 연구위원, e-mail: sonnsye@kisdi.re.kr
*** 제2저자, 고려대학교, 경제학과 조교수, e-mail: bgju@korea.ac.kr

I. 서 론

20세기 후반에 접어들면서 개발되기 시작한 분배적 정의(distributional justice)와 공정성(equity) 등에 대한 "신후생경제학" 방법론은 전통적 후생경제학과는 달리 다양한 경제모형에서 긍정적이고 건설적인 결과들을 제시해 왔다. 특히 Foley(1967)가 제시한 "envy-free"의 개념은 신후생경제학의 발전에 있어 중심적인 역할을 해왔다. 그러나 이러한 발전에도 불구하고 오늘날 경제의 중요한 특징 중의 하나인 경제의 디지털화와 관련된 신후생경제학적 연구는 찾아보기 어렵다.

사실 디지털 경제에 대한 연구는 거시경제학적 측면에서 R. Solow의 생산성 역설(productivity paradox)에 대한 논쟁이 진행되면서 이와 관련된 많은 연구결과물들이 생산되었고, 통신시장 개방과 함께 이와 관련된 산업조직론적 연구결과물도 많이 등장하였다. 물론 정보통신산업에 대한 경쟁정책, 또는 저작권정책의 사회후생에 대한 효과를 분석한 논문들도 다수 존재하지만 신후생경제학적 방법론을 적용하여 소프트웨어나 디지털 콘텐츠와 같은 정보재(information good)가 존재하는 경제에서 분배적 정의에 대한 논의는 (적어도 저자들이 아는 범위 안에서는) 시도되지 않았다.

소프트웨어, 디지털 콘텐츠 등 정보재는 일정 고정비용을 들여서 개발되고 나면, 매우 적은 단위비용으로 무한히 복제할 수 있는 생산특성을 가진다. 이 논문은 정보재가 존재하는 경제에 신후생경제학의 주요 방법론을 적용할 때 어떤 결과가 도출되는지에 대하여 논하고자 한다. 첫 번째 주제로서 부존자원(endowment)이 개인이 아닌 사회에 귀속되어 있고 사회가 정보재를 개발 및 보급하는 경우, 공정하면서도 효율적인 자원배분이 존재하는가라는 문제를 연구한다. 여기서 공정성의 기준으로는 envy-freeness (혹은 no-envy)와 등평등주의성(egalitarian-equivalence)을 채택한다. 어떤 배분이 envy-free함은 아무도 다른 소비자의 소비묶음(consumption bundle)을 자신의 소비묶음보다 선호하지 않음을 의미한다. Pazner and Schmeidler(1978)는 어떤 배분이 공정함을 이 배분과 무차별하면서 모든 사람이 동일한 소비를 하는 가상적 배분의 존재라는 조건을 통하여 정의하고 있으며 이 조건을 등평등주의성이라고 한다.

부존자원이 사회에 귀속되어 있고 각 개인이 부존자원에 대하여 동등한 권리를 가지는 경우, 이러한 권리를 존중하는 배분이라면 모든 사람이 적어도 균등분배 보

다는 선호하거나 무차별하도록 해주어야 할 것이다. 이와 같은 조건을 균등배분하한(equal division lower bound)이라고 부른다. 신후생경제학에서는 고전적 교환경제에서, 선호의 볼록성(convexity) 가정 하에서 균등배분하한, no-envy와 효율성, 그리고, 보다 완화된 가정 하에서 균등배분하한, 등평등주의성과 효율성은 각각 양립가능함이 증명되었다.[1] 그러나 이러한 결론들을 우리가 연구하는 모형에서는 얻을 수 없다. no-envy와 효율성이 양립하기 어려운 이유는 no-envy는 모든 정보재 사용자에게 정보재 개발비용의 균등 부담을 요구하게 되지만 이 경우 정보재 비사용자에게 보다 적은 비용으로 사용을 허락한다면 Pareto 개선(improvement)의 가능성이 존재하기 때문이다. 균등배분하한, 등평등주의성과 효율성이 양립하기 어려운 이유는 정보재에 대한 선호가 상대적으로 낮은 소비자의 경우 정보재 소비를 수반하는 등평등주의적이고 효율적 배분이 정보재 소비를 수반하지 않는 균등배분보다 못할 수 있기 때문이다.

두 번째 주제로서 정보재가 특정한 개인에게 주어지고 이를 복제하여 다른 사람들에게 보급하는 경제에서 공정한 거래는 무엇인지, 그리고 공정한 거래의 결과가 초래하는 자원배분의 특징은 무엇인지 등의 문제를 다룬다. 아울러 이러한 공정한 배분들이 과연 순수경쟁의 결과로서 달성될 수 있는가 그리고 공정성을 만족하면서 순수경쟁의 결과로 얻어지는 배분이 가지는 특성을 알아낸다.

우리는 순수경쟁을 실현가능성 조건(feasibility constraint) 이외에 어떤 제도적 제약이 없이 임의의 집단 내 구성원들이 자발적으로 계약을 맺을 수 있는 상황으로 파악하고자 한다. 이런 상황에서 안정적 배분이 되기 위해서는 어떤 집단도 그 구성원들 간의 계약을 통하여 더 나은 배분에 도달하지 못해야 한다. 이러한 배분들의 집합을 코어(core)라고 부른다. 과연 코어배분들 중 공정성을 띄는 것이 존재하는가에 대하여 연구할 것이고 여기서 공정성의 기준으로 no-envy를 채택한다. 주로 공유자원이 있는 경제에서 공정배분을 연구하는 데 사용된 no-envy 개념은 사적 초기부존자원이 있는 경제에서 초기배분에서 최종 배분으로 가는 절차, 즉 거래

---

1) 선호의 볼록성 하에서 완전경쟁균형이 존재하고 균등배분이 초기부존자원인 경우에 완전경쟁균형은 항상 envy-free하다는 사실로부터 no-envy와 효율성이 양립가능함을 보일 수 있다. No-envy와 효율성을 동시에 충족하는 배분의 존재에 대한 연구로는 Varian(1974), Svensson(1983), Diamantaras(1987) 등이 있다. 등평등주의성과 효율성의 양립을 위해 볼록성은 필요하지 않고 선호체계의 연속성과 엄정단조성이란 고전적 가정만 필요로 한다. 이에 대한 자세한 내용은 Pazner and Schmeidler(1978)를 참조하기 바란다.

(trade)에 대한 평가로 확장할 수 있다.[2)] 이는 Nozick(1973)의 소유권리론 (entitlement theory)에서 분배적 정의의 두 번째 구성요건인 교역에 있어서의 정의를 정식화해 주는 것으로 볼 수 있다.

주요 결과로 코어배분 중 envy-free 거래조건(envy-free trade condition)을 만족하는 모든 배분들을 찾아내고, 이를 이용하여, 특히 정보재를 사용하지 않는 소비자가 존재하는 경우, 이러한 배분이 후생적으로 유일하며, 여기서 정보재 공급자는 아무런 수익을 얻지 못함을 보이고 있다. 그 이유는 만일 정보재 공급자가 양의 수익을 얻는다면 정보재 비소비자는 정보재 공급자의 거래를 부러워하게 되기 때문이다. 또한 복제된 정보재를 재복제(불법복제)할 수 있는 경우, 이러한 재복제를 방지할 수 있는 코어배분은 후생적으로 유일하며 envy-free 거래조건을 만족함을 보였다. 정보재 공급자가 복수인 경우에는 모든 코어배분이 후생적으로 유일하며 envy-free 거래조건을 만족함을 보였다. 이 두 경우에서 앞에서와 달리 강한 결론을 얻은 것은 우선 자발적 참여가 보장되기 위해서는 정보재 소비자에게 복제비 이상을 지불하도록 요구되어서는 안 되기 때문이며, 공급자가 복수인 경우는 공급자간 경쟁으로 인해 정보재 소비자에게는 복제비용이라는 최소비용만 부과되기 때문이다. 이 두 경우에서 얻어진 후생적으로 유일한 코어배분은 envy-free 거래조건을 자동적으로 충족할 뿐만 아니라 완전경쟁균형과 일치하여 코어의 안정성이 공정성과 완전경쟁균형을 동시에 함축한다.

이후 논문의 제2절에서는 부존자원이 사회에 귀속되어 있다고 가정할 때 정보재를 개발하여 복제를 통해 보급하는 경제를 모형화한다. 그리고 공정배분의 기준으로서 no-envy와 등평등주의성을 채택하여 이들과 효율성의 양립 가능성을 검토한다. 제3절에서는 부존자원이 개인에게 귀속되어 있다고 가정할 때 이미 정보재가 존재하는 교환경제를 모형화한다. 이 교환경제에서 순수경쟁의 결과로서 코어배분을 채택하고 코어배분 중 envy-free 거래조건을 만족하는 배분의 특성을 분석한다. 또한 재복제가 가능한 경우 이를 방지하는 조건과 복수의 공급자간의 경쟁이 각각

2) No-envy 개념은 사적 초기부존자원이 없는 경제에 도입되었다. 사적 초기부존자원이 존재할 경우에는 모든 사람이 초기배분에서와 같거나 더 나은 후생을 누려야 한다는 개별합리성(individual rationality)과 상충하는 문제를 가진다. 그래서 사적 초기부존자원이 있는 경우에는 no-envy보다는 no-envy의 기본 정신을 소비묶음이 아닌 거래(trade)로 확장한 envy-free trade라는 개념을 공정성 평가기준으로 많이 사용한다. 이 개념은 Kolm(1972), Schmeidler and Vind(1972)에서 도입되었다.

어떻게 코어배분을 특성화하고 envy-free 거래조건을 만족시키게 하는지를 알아 볼 것이다.

Ⅱ. 정보재 생산경제에서의 공정배분

1. 모형과 공정성 기준들

정보재와 일반재, 두 종류의 재화를 소비하는 경제를 고려하자. 정보재는 일반재를 투입하여 생산되는데 그 개발에 드는 초기 투자(고정) 비용을 $a \in \mathbb{R}_{++}$로 나타내자. 일단 개발이 되고 나면 정보재의 보급은 복제를 통하여 이루어진다. 정보재 단위당 복제비용을 $c \in \mathbb{R}_{+}$로 나타내자. 정보재는 불가분적(indivisible)이고 그 소비량을 자연수로 나타낸다. 일반재는 무한가분적(infinitely divisible)이다. 따라서 개별 소비묶음은 비음의 실수와 정수의 순서쌍인 $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}_{+} \times \mathbb{Z}_{+}$로 나타내고 이를 $z_i \equiv (x_i, y_i)$라고도 나타낸다. 경제에 n명의 소비자가 존재하고 이들은 공동으로 초기부존자원으로 Ω단위의 일반재를 소유하고 있다. 본 절에서는 이 밖에 사적초기부존자원은 존재하지 않는 모형을 고려하고자 한다. 이 모형에서 정보재는 공동으로 소유되는 초기부존자원을 투입하여 개발되기 때문에 특정 개인의 소유가 아니다. 따라서 소비자들의 정보재 사용에는 아무런 제약이 없다.

각 소비자 i는 위 소비공간 $\mathbb{R}_{+} \times \mathbb{Z}_{+}$ 상에서 정의되는 완비성(completeness)과 이행성(transitivity)을 가지는 이항관계 R_i로 나타내는 선호체계를 가지고 있다. 소비자가 소비묶음 z_i를 z_i'보다 선호하거나 무차별하게 여길 때, 즉 약선호(weakly prefer) 할 때, $z_i R_i z_i'$이라고 쓴다. 두 묶음이 무차별할 경우에 $z_i I_i z_i'$이라 쓰고 그렇지 않을 경우 $z_i P_i z_i'$이라 쓴다. 선호관계는 우선 일반재에 대하여 엄정단조성을 가지는데 이는 정보재의 소비량을 고정하고 일반재의 소비량을 증가시키면 언제나 소비자의 후생이 증가함을 뜻한다. 또한 일반재의 소비를 고정할 때, 소비자는 정보재를 한 단위 소비하는 것을 소비하지 않는 것 보다 선호하지만 정보재를 한 단위 초과하여 소비하는 것에 대해서는 아무런 추가적인 효용을 느끼지 않는다. 예를 들면 동일한 소프트웨어 프로그램을 두 개 가진 것이 한 개 가진 것보다 더 나을 것이 없다는 것이다.[3] 이와 같은 가정을 수학적으로 나타내면:

가정 1. 임의의 $x_i, x_i' \in \mathbb{R}_+, y_i \in \mathbb{Z}_+$에 대하여, (i) $x_i > x_i'$이면 $(x_i, y_i) P_i (x_i', y_i)$; (ii) $(x_i, y_i+2) I_i (x_i, y_i+1) P_i (x_i, 0)$.

따라서 이하에서는 일반성 상실 없이 정보재를 한 단위 사용하거나 혹은 사용하지 않는 배분들만을 고려할 것이다. 즉, $y_i \in \{0,1\}$임을 가정할 것이다. 소비자들의 개별소비묶음의 나열 $(x_i, y_i)_{i \in N}$을 배분(allocation)이라고 하고 이를 간략히 $z \equiv (z_i)_{i \in N}$라고도 쓴다. 위에서 설명한 정보재 생산과 복제와 관련된 기술 하에서 가용한 배분은 아래의 조건을 충족하여야 한다.

실현가능성(feasibility constraint).

(i) 만약 $\sum_{i=1}^{n} y_i = 0$이면, $\sum_{i=1}^{n} x_i = \Omega$;

(ii) 만약 $\sum_{i=1}^{n} y_i \equiv k > 0$이면, $\sum_{i=1}^{n} x_i = \Omega - a - kc$.

$Z \subset (\mathbb{R}_+ \times \mathbb{Z}_+)^n$를 모든 실현가능한 배분들의 집합이라고 하자. 실현가능성 제약을 부등식으로 정의하더라도 주요 결과는 영향을 받지 않는다. 분석의 편의를 위하여 모든 소비자에게 정보재를 공급할 수 있을 만큼 충분한 초기부존자원이 존재함을 가정하겠다. 이는 모든 $i \in N$에 대하여 $x_i = 0$, $y_i = 1$인 배분이 실현가능성 조건을 충족함을 의미하여 아래와 같이 쓸 수 있다.

가정 2. $a + nc \leq \Omega$.[4)]

정보재 생산경제를 위에서 설명된 선호체계들과, 초기부존자원, 정보재 개발의 고정비용과 복제비용들의 나열로서 정의하고 $((R_i)_{i \in N}, \Omega, a, c)$라고 쓰자. 본 연구

---

3) 상업용 소프트웨어의 경우 DRM(Digital Rights Management)에 의해 사용이 제한되기 때문에 프로그램을 두 개 가지는 것이 한 개 가지는 것보다 나을 수 있지만 이 모형에서는 앞서 언급한 바와 같이 정보재 사용에 대한 이러한 제약이 없다.

4) 이 가정은 이후 등평등주의성과 효율성을 충족하는 배분의 존재(정리 2) 증명을 위하여 필요하다.

는 이와 같이 정의된 정보재 경제에서 바람직한 배분 “메카니즘”을 찾는 것이다. 배분 메카니즘의 축약된 형태로 **사회선택규칙**(social choice rule) 을 고려하는데 이는 개별 경제에 적어도 하나의 바람직하다고 여겨지는 실현가능한 배분들의 집합을 대응시키는 함수로 정의된다. 사회선택규칙이 언제나 단 하나의 배분을 대응시키는 경우에는 이를 **사회선택함수**(social choice function) 라고 부른다.

적절한 사회선택규칙을 찾기 위하여 아래와 같은 기본적인 기준들을 요구할 것이다. 첫 번째 기준은 모든 소비자들이 부존자원인 Ω에 동등한 권리를 가지는 경우에 이러한 권리를 배분을 통하여 만족시킬 것을 요구한다.[5)]

균등배분하한(equal division lower bound). 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$에서 모든 소비자들이 각자의 소비묶음을 부존자원의 균등배분 Ω/n보다 약선호해야 한다. 즉, 모든 $i \in N$에 대하여, $(x_i, y_i) R_i (\Omega/n, 0)$.

다음 기준은 모든 소비자가 어느 누구의 소비묶음도 자신의 것보다 선호하도록 해서는 안 된다는 것이다. 즉, 자원배분이 소비자들 사이에 envy를 발생시켜서는 안 된다는 것이다. 이는 공정성의 기준으로 많은 논문들에서 다양한 모델에 적용되어 연구되었다.

No-Envy. 모든 소비자들이 자기 자신의 소비묶음을 다른 누구의 소비묶음 보다도 약선호해야 한다. 즉, 모든 $i, j \in N$에 대하여, $(x_i, y_i) R_i (x_j, y_j)$.

공정성의 또 다른 기준으로 널리 알려진 것으로서 모든 소비자들이 동일한 소비를 하는 평등 배분과 무차별해야 한다는 기준이 있다. 평등 배분의 문제점은 소비자들의 선호체계를 적절히 반영하지 못하여 많은 경우에 교역의 이득이 있음에도 불구하고 이를 실현하지 않는 비효율성에 있다. 등평등주의성은 평등 배분의 이와 같은 문제점을 극복하는 것으로서 반드시 평등한 배분을 실현할 필요는 없지만 적어도 하나의 평등 배분과는 후생적으로 무차별할 것을 요구한다. 즉, 모든 소비자

5) 이 기준은 공정성 논의에서 흔히 암묵적으로 전제되는 기본적인 기준으로서 Kolm(1973), Pazner(1977) 등에 의해 그 개념이 명시적으로 도입되었다.

가 동일한 소비묶음을 소비하는 가상적인 배분을 상정할 때(물론 그 배분이 실현가능할 필요는 없다), 모든 소비자에게 그 가상적 배분과 무차별한 어떤 실현가능한 배분이 존재한다면 이 배분은 등평등주의성을 만족한다.

등평등주의성(egalitarian equivalence). 어떤 준거(reference) 소비묶음 z_0이 존재하여 각 소비자들이 자신의 소비묶음과 z_0을 무차별하게 여기도록 할 수 있어야 한다. 즉, 모든 $i \in N$에 대하여, $z_i I_i z_0$.

이상에서 소개한 기준들은 배분 자체가 만족시켜야 할 요건들을 제시하고 있다. 사회선택규칙이 이러한 기준들을 만족한다는 의미는 주어진 임의의 경제 $((R_i)_{i \in N}, \Omega, a, c)$에 대하여 사회선택규칙이 대응시키는 배분들은 모두 이러한 기준들을 만족해야 함을 의미한다.

2. 공정배분과 효율성

비록 효율성은 잘 알려져 있는 개념이지만 아래와 같이 일반적으로 정의된다.

효율성(Pareto-efficiency). 배분 $z \in Z$에 대하여 모든 $i \in N$에 대해 $z_i' R_i z$이고 적어도 한 명의 $i \in N$에 대해 $z_i' P_i z$를 만족하는 배분 $z' \in Z$가 존재하지 않는다면 배분 z는 (파레토) 효율적이다.

고전적인 순수교환 경제에서 균등배분하한, no-envy와 효율성을 만족하는 사회선택규칙이 존재하는데 그 예가 바로 '균등분배로부터의 왈라스(균형)배분(Walrasian equilibrium allocation from equal division)'이다. 이는 우선 사회적 부존자원을 균등히 분배하고 이러한 균등분배로부터 완전경쟁시장이 작동하여 최종적 균형으로 달성되는 배분을 말한다. 후생경제학의 제일정리로부터 이러한 배분이 효율적임을 알 수 있고, 공정배분하한도 충족함을 쉽게 알 수 있다. 모든 사람의 예산집합이, 균등분배라는 초기 실질소득과 가격벡터로부터 결정되어, 동일하게 된다. 따라서 균형배분에서 후생극대화가 이루어지려면 각자가 자신의 균형소비묶음

을 다른 누구의 소비묶음보다도 약선호해야 되고 이는 균형배분이 no-envy를 충족하고 있음을 말해준다.

이제 우리의 정보재 생산경제 모형에서도 동일한 결과를 얻을 수 있는지를 알아보기 위해 우선 위 균등분배로부터의 왈라스 배분을 우리 모형에 확장하는 것을 생각해 볼 수 있다.

정의. 균등분배로부터의 평균비용균형배분(average cost share equilibrium allocation from equal division)이란 정보재 가격이 평균비용으로 주어질 때, 모든 소비자 $i \in N$가 자신의 예산집합 상에서 후생극대화를 이루고 정보재의 수요와 공급이 일치하는 배분을 의미한다. 여기서 정보재 공급은 각 가격에서 공급자가 손실을 보지 않는 어떠한 수준에서도 이루어질 수 있다고 가정하고 수요는 소비자의 후생극대화의 결과로 주어진다고 가정하자.[6] 실현가능한 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$에서 정보재의 총 수요량을 $n_1(z) \equiv \sum_{i=1}^{n} y_i$라고 쓰고, $n_1(z) > 0$이면 정보재 생산의 평균비용은 $AC \equiv a/n_1(z) + c$로 주어진다. 배분 z가 평균비용균형이 되려면 모든 소비자 $i \in N$에 대해 (x_i, y_i)가 예산집합 내에 있고, 즉 $x_i + AC \cdot y_i \leq \Omega/n$이고, 소비자 i가 임의의 예산집합 내의 다른 소비묶음 (x_i', y_i') 보다도 (x_i, y_i)를 선호해야 한다. 다시 말하여, 만약 소비묶음 (x_i', y_i')이 $x_i' + AC \cdot y_i' \leq \Omega/n$라면 $(x_i, y_i) R_i (x_i', y_i')$.[7]

균등분배로부터의 평균비용균형배분이 envy-free하다는 것은 균등분배로부터의 왈라스배분에서와 같이 설명할 수 있다. 즉, 모든 소비자가 동일한 예산제약을 가지기 때문에 자신의 최적선택을 다른 사람의 최적선택보다 선호할 수밖에 없는 것이다. 그러나, 왈라스배분과는 달리 평균비용균형은 비효율적일 수 있다는 문제점을 안고 있다. 이는 평균비용균형에서 정보재 소비자수가 한계비용이 아닌 평균비

6) 따라서 0의 공급량은 어떠한 가격에서도 공급곡선 (보다 엄밀히, 공급그래프) 상에 한 점을 이룬다. 어떤 가격에서 수요가 0이라면 정보재를 생산하지 않는 것이 수요와 공급을 일치시키는 평균비용균형이 된다. 가격이 충분히 커질 경우 정보재를 수요하는 것이 더 이상 예산집합 안에서 불가능하게 되어 수요가 0이 되고 따라서 정보재를 생산하지 않고 모든 사람들이 균등배분점을 소비하는 것은 언제나 평균비용균형배분이 된다.

7) 평균비용균형에 대한 자세한 논의는 Weitzman(1974)을 참조하기 바란다.

용에 의하여 결정되기 때문인데, 보다 구체적으로 아래의 예를 통하여 보일 수 있다.

예 1. 평균비용균형에서 정보재 사용자 수를 n^*라 쓰고, $n^* < n$인 경우를 고려하자. 이 때, 비사용자 중에서 적어도 한명이 평균비용 $a/n^* + c$를 지불할 의사는 없으나, 한계비용 c를 지불하고서는 정보재를 기꺼이 소비하고자 한다면 (즉, $(\Omega/n - c, 1) P_i (\Omega/n, 0) P_i (\Omega/n - a/n^* - c, 1)$이면) 이 소비자에게 한계비용을 받고 정보재를 한 단위 공급하여 파레토 개선을 달성할 수 있다. 이는 주어진 평균비용균형이 비효율적임을 설명해준다.

정의. 주어진 $\alpha \in \mathbb{R}$에 대하여 **비사용자 보조 α하의 균등분배로부터의 평균비용균형배분**(average cost share equilibrium allocation from equal division with non-user subsidy)은 비사용자에게 $\alpha \in \mathbb{R}$의 보조금이 주어지고,[8] 정보재의 가격은 비사용자 보조금 총액과 정보재 생산비용을 합한 전체비용의 평균으로 주어질 때, 모든 소비자 $i \in N$가 자신의 예산집합 상에서 후생극대화를 이루고 정보재의 수요와 공급이 일치하는 실현가능 배분을 의미한다. 실현가능 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$에서 정보재의 수요량 혹은 사용자들의 총수를 $n_1(z) \equiv \sum_{i=1}^{n} y_i$라고 쓰고 비사용자들의 총수를 $n_0(z)$로 쓰자. $n_1(z) > 0$이면 정보재 생산과 보조금에 소요된 평균비용은 $AC(z, \alpha) \equiv (a + n_0(z) \cdot \alpha)/n_1(z) + c$로 정해진다. 배분 z가 평균비용균형이 되려면 모든 소비자 $i \in N$에 대해 (x_i, y_i)가 예산집합 내에 있고, 즉 $x_i + AC(z, \alpha) \cdot y_i \leq \Omega/n + \alpha \cdot (1 - y_i)$,[9] 소비자 i가 임의의 예산집합 내의 다른 소비묶음 (x_i', y_i') 보다도 (x_i, y_i)를 선호해야 한다. 다시 말하여, 임의의 소비묶음 (x_i', y_i')에서 $x_i' + AC(z, \alpha) \cdot y_i' \leq \Omega/n + \alpha \cdot (1 - y_i')$ 이라면 $(x_i, y_i) R_i (x_i', y_i')$.[10]

---

8) $\alpha < 0$이면 비사용자에게 각각 $|\alpha|$ 만큼의 세금을 징수하여 그 총합을 사용자들에게 균등하게 보조금으로 나누어 주는 것으로 해석한다.

9) $\alpha \cdot (1 - y_i)$가 예산제약에 추가된 이유는 정보재 비사용자에게는 보조금 α가 주어지고 사용자에게는 보조금이 주어지지 않기 때문이다.

10) $n_1(z) = n$인 경우, 비사용자는 없으므로 평균비용은 보조금이 없는 경우와 같이 결정되어 보

보조금 α가 0일 때 비사용자보조 하의 평균비용균형은 평균비용균형이 됨을 쉽게 확인 할 수 있다. 이하에서 비사용자보조 하의 평균비용균형을 보조가 없는 평균비용균형을 포괄하는 개념으로 사용하겠다. 임의의 비사용자 보조금 수준 $\alpha \in \mathbb{R}$ 하의 평균비용균형배분을 구하는 쉬운 방법은 아래 부등식 (1)을 만족하는 정보재 사용자 수 $n^* > 0$을 찾아내는 것이다.[11] 사용자수가 n^* 일 경우의 평균비용을 $AC \equiv (a + (n - n^*) \cdot \alpha)/n^* + c$로 쓰면,

$$\nu(n^*) \leq n^* \leq \overline{\nu}(n^*) \tag{1}$$

여기서 $\nu(n^*) \equiv |\{i \in N : (\Omega/n - AC, 1) P_i (\Omega/n + \alpha, 0)\}|$는 평균비용을 지불하고 정보재를 소비하는 것을 엄정선호하는 소비자들의 수이고 $\overline{\nu}(n^*) \equiv |\{i \in N : (\Omega/n - AC, 1) R_i (\Omega/n + \alpha, 0)\}|$는 위 소비자 수에 평균비용을 지불하고 정보재를 소비하는 것이 부존 일반재의 균등분배에 비사용자 보조를 합한 소비와 무차별한 소비자 수를 더한 값이다. 위 조건을 충족하는 $n^* > 0$이 존재하면, 평균비용 AC를 지불하고서 정보재를 기꺼이 소비하고자 하는 n^*명의 소비자가 정보재를 사용하고 이들의 일반재 소비는 $\Omega/n - AC$이며, 나머지 소비자들은 정보재를 사용하지 않고 일반재 소비가 $\Omega/n + \alpha$인 배분이 비사용자보조 하의 평균비용균형배분이 된다.

식 (1)을 충족하는 자연수가 존재하지 않을 때, $\alpha \neq 0$이면, 비사용자보조 하의 평균비용균형은 존재하지 않고 $\alpha = 0$이면, 정보재가 생산되지 않고, 모든 소비자가 일반재 만을 Ω/n 만큼 소비하는 균등분배점이 평균비용균형이 된다.[12] 따라서 균등분배로부터의 평균비용균형은 언제나 존재하나, 비사용자보조 하의 평균비용

조금이 없는 평균비용균형과 일치한다. 아울러, $n_1(z) > 0$인 경우에 국한하여 비사용자 보조하의 평균비용균형을 정의하는 것은 $n_1(z) = 0$ 일 때, 모든 사람이 비사용자보조 $\alpha \neq 0$를 받아야 하므로 이는 $\alpha > 0$ 일 때는 실현가능하지 않고 $\alpha < 0$ 일 때는 자원의 낭비가 있어 역시 등식으로 주어진 실현가능성 제약을 만족하지 않는다. 설사 논문의 실현가능성 제약을 부등식으로 정의하더라도, 보조금이 있는 평균비용배분에 자원의 낭비가 있는 경우를 추가하게 될 것이고 논문의 주요 결과에는 영향을 미치지 않는다. 비사용자보조가 없는 $\alpha = 0$인 경우는 균등배분이 언제나 충분히 높은 가격에서 평균비용균형이 된다(각주 6) 참조).

11) 이 배분에서는 아무도 2 단위 이상의 정보재를 수요하는 소비자가 존재하지 않음은 자명하다.

12) 각주 6) 참조.

균형은 존재하지 않을 수 있다. 직관적으로도 α가 충분히 큰 양수이면 모든 소비자는 정보재를 원하지 않을 것이므로 보조금을 제공할 정보재 이용자가 존재하지 않아 균형이 존재하지 않는다. α가 충분히 작은 음수인 경우도 마찬가지이다.

이제 평균비용균형을 나타내는 위의 n^*를 찾아내는 알고리즘을 알아보자. 우선 모든 소비자들이 정보재를 사용하는 경우에 평균비용을 계산하여, 이 평균비용을 내고 정보재를 기꺼이 사용하려 하는 소비자의 수, $\nu(n), \overline{\nu}(n)$을 계산한다. 만약 $\nu(n) \leq n \leq \overline{\nu}(n)$이면, n이 평균비용균형에서 정보재의 사용자 수가 된다. 만약 그렇지 않고 $\overline{\nu}(n) < n$이면, 위의 n 대신 $n_1 \equiv \overline{\nu}(n)$에 대하여 위와 동일한 과정을 다음과 같이 반복한다. 여기서 $n^* \leq n$ 이므로 $n^* \leq \overline{\nu}(n^*) \leq n_1 \equiv \overline{\nu}(n) < n$. 따라서 $n^* < n$임에 주목하자. 만약 $\nu(n_1) \leq n_1 \leq \overline{\nu}(n_1)$이면, n_1이 평균비용균형에서의 사용자수를 나타낸다. 그렇지 않다면 $\overline{\nu}(n_1) < n_1$이다.[13] 이 경우, $n^* \leq \overline{\nu}(n^*) \leq \overline{\nu}(n_1) < n_1$ 이므로 $n^* < n_1$이다. 이제 n_1 대신 $n_2 \equiv \overline{\nu}(n_1)$에 대하여 위와 동일한 과정을 반복할 수 있다. 이와 같이 평균비용균형이 발견될 때까지 $n_1, n_2, \ldots$을 계속 찾아가는데 이 때, 이 자연수들은 언제나 n^*보다 크다는 것을 위에서와 같이 보일 수 있다. 그리고 $n > n_1 > n_2 > \cdots > n^*$ 이므로 이런 과정은 유한한 횟수로 거듭된 후 끝이 남을 알 수 있다. 즉, 이 과정이 n^*에서 끝나든지 아니면 그전에 n^*보다 큰 자연수에서 끝나게 된다. 만일 위 과정이 정보재 사용자수가 0이 될 때까지 진행된다면 이는 사용자수가 0보다 큰 평균비용균형 n^*가 존재하지 않음을 나타내고, 이 때 만일 $\alpha \neq 0$이면 평균비용균형이 존재하지 않고 $\alpha = 0$이면 평균비용균형은 정보재를 생산하지 않고 초기 균등분배를 소비하는 것이 된다.

주어진 경제 $e = ((R_i)_{i \in N}, \Omega, a, c)$와 주어진 $\alpha \in \mathbb{R}$에 대하여 $AC|_{\alpha}(e)$는 비사용자 보조 α 하의 균등분배로부터의 평균비용균형배분들의 집합을 나타낸다. 모든 양(+)의 보조 하의 평균비용균형배분들로 이루어진 집합을 $AC|_{\alpha \geq 0}(e) \equiv \bigcup_{\alpha \geq 0} AC|_{\alpha}(e)$ 라 하고 보조가 음(-)이 되는 경우까지 포함한 평균균형배분들의 모

---

13) $n_1 < n$ 이므로 $\nu(n_1) \leq \nu(n) \leq \overline{\nu}(n)(= n_1)$이다. 따라서 n_1에서 식 (1)의 첫번째 부등호는 항상 성립한다.

든 집합을 $AC(e) \equiv \bigcup_{\alpha \in \mathbb{R}} AC|_{\alpha}(e)$라 하자. 보조가 없는 경우, 즉 $\alpha = 0$ 일 때, 평균비용균형배분이 항상 존재하므로 $AC|_{\alpha \geq 0}(e) \neq \varnothing$ 이다.

명제 1. 비사용자보조 하의 평균비용균형배분들만을 항상 선택하는 사회선택규칙으로서 효율성을 만족하는 것은 존재하지 않는다.

증명. 이는 모든 비사용자보조 하의 평균비용균형배분이 비효율적인 경제를 예시함으로써 증명할 수 있다. 아래의 예 2는 이와 같은 경제를 보이고 있다.

증명 끝.

예 2. 예 1과 같은 선호체계를 가지는 소비자와 정보재로부터 충분히 큰 혜택을 누리는 소비자들로 이루어진 경제를 정의하고 어떤 비사용자보조 α하의 ($\alpha = 0$ 인 경우 포함) 평균비용균형배분도 비효율적이라는 것을 보일 것이다. 세 명의 소비자 $i = 1,2,3$가 있고 각 소비자 i는 아래와 같은 함수로 표현되는 준선형(quasi-linear) 선호체계를 가진다.

$$u_i(x_i, y_i) = x_i + \theta_i y_i$$

여기서 θ_i는 정보재 소비로부터 얻는 이득의 크기를 나타내는 양의 실수이다. 소비자 2와 3의 경우 정보재로부터 충분히 큰 이득을 얻어서 $\theta_2, \theta_3 > \Omega$라고 가정하고 소비자 1의 경우는

$$c < \theta_1 < \frac{a}{3} + c$$

라고 가정하여, 예 1에서와 같이 c를 지불하고서 정보재를 소비하는 것을 선호하지만, 정보재가 3 단위 생산될 때의 평균비용을 지불하고서는 정보재를 소비하지 않는 것을 선호하도록 한다. 마지막으로 $a + 2c \leq 2\Omega/3$ 임을 가정하여 2 단위의 정보재 생산을 두 소비자의 균등배분을 합하여 생산할 수 있다고 가정하자. 이 경제에서 모든 비사용자보조 하의 평균비용균형배분이 비효율적임을 증명하겠다.

실현가능배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i=1,2,3}$가 비사용자보조 하의 평균비용균형배분이라고 하고 보조금 수준을 α라고 하자. 이 배분에서 정보재 사용자 수를 n_1이라고 하자. 우선 $n_1 = 0$인 경우에 배분 z가 비효율적임은 자명한데 이는 소비자 2와 3의 균등배분을 합하여 정보재를 생산할 수 있고 이 두 소비자가 평균비용을 지불하고서 정보재를 소비하는 것을 선호하기 때문이다.

이하에서는 $n_1 > 0$인 경우를 고려하자. 우선 $\alpha = 0$인 경우 θ_i 값에 대한 위에서의 가정에 의하여, 소비자 2와 3은 정보재를 수요하고 소비자 1은 수요하지 않아서 $n_1 = 2$ 임을 알 수 있다. 이 때 예 1에서와 같이 소비자 1이 복제비용 c만을 지불하고 정보재를 소비하게 한다면 다른 소비자에게 영향을 미치지 않으면서 소비자 1의 후생을 개선할 수 있고 이는 z가 비효율적임을 말해준다.

이제 $\alpha \neq 0$, $n_1 = 3$인 경우를 고려하자. $n_1 = 3$인 경우에는 z가 $\alpha = 0$인 경우의 평균비용균형배분이 되므로[14] 가정에 모순이다. 이제 $\alpha \neq 0, 0 < n_1 < 3$인 경우를 고려하자. $n_1 > 0$ 단위의 정보재 생산의 평균비용을 AC라고 하자. 우선 $n_1 > 0$이므로 정보재를 적어도 한 사람이 수요하고 모든 소비자의 예산집합이 동일하므로, 모두가 정보재를 소비하는 것이 가능해야 하고 이는 $\Omega/3 \geq AC$ 임을 말한다. 만약 $\Omega/3 + \alpha > \Omega$라면 정보재 비사용자의 소비가 ($n_1 < 3$이므로 적어도 한 명의 비사용자가 있음) 실현불가능한 영역에 있어 모순이다. 따라서 $\Omega/3 + \alpha \leq \Omega$이고 이로부터 $\theta_2, \theta_3 > \Omega$라는 가정에 따라

$$AC + \alpha \leq \theta_i \quad i = 2, 3$$

이므로 소비자 2와 3이 정보재를 수요하게 됨을 알 수 있다. 아울러 $c < \theta_1 < \dfrac{a}{3} + c$라는 가정에 따라 소비자 1은 정보재를 수요하지 않아서 $n_1 = 2$ 임을 알 수 있다. 이제 다른 소비자의 후생에 영향을 주지 않고 소비자 1의 후생을 개선할 수 있음을 앞에서와 같이 보일 수 있고 이는 z가 비효율적임을 말해준다.

명제 2. 임의의 경제 e에 대하여 no-envy를 충족하는 배분은 비사용자보조 하

14) 각주 10) 참조.

의 평균비용균형배분의 집합, 즉 $AC(e)$에 속하고 그 역도 성립한다. 따라서 no-envy를 충족하는 사회선택규칙은 비사용자보조 하의 평균비용균형배분만을 선택한다.

증명. 어떤 실현가능한 배분 $z \equiv (z_i)_{i \in N} \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$이 no-envy를 만족한다고 하자. 이 배분에서 정보재를 사용하는 소비자 집합을 $N_1 \equiv \{i \in N : y_i = 1\}$으로, 비사용자 집합을 $N_0 \equiv \{i \in N : y_i = 0\}$로 나타내자. 아울러 $n_0 \equiv |N_0|$, $n_1 \equiv |N_1|$라고 하자. no-envy에 의해, 모든 비사용자들은 동일한 양의 일반재를 소비하여야 하므로 어떤 $\alpha \in \mathbb{R}$가 존재하여 모든 비사용자 $i \in N_0$에 대해 $x_i = \Omega / n + \alpha$. no-envy에 의해 모든 사용자들 역시 동일한 양의 일반재를 소비해야 하고 따라서 어떤 실수 β가 존재하여 임의의 사용자 $i \in N_1$에 대해 $x_i = \beta$.

실현가능성을 이용하면 $[a + n_1 \cdot c] + [n_1 \cdot \beta + n_0 \cdot (\Omega / n + \alpha)] = \Omega$ 임을 알 수 있고 이로 부터 아래 값을 얻을 수 있다.

$$\beta = \Omega / n - (a + n_1 \cdot c + n_0 \cdot \alpha) / n_1.$$

즉, 모든 사용자는 균등배분에서 평균비용 만큼을 지불하고 정보재를 소비하게 된다. no-envy에 따라 모든 사용자는 이와 같은 소비묶음을 비사용자들의 소비묶음보다도 선호하고 비사용자 또한 자신들의 소비묶음을 사용자들의 소비묶음보다도 선호하여 배분 z는 α라는 비사용자보조 하의 평균비용균형배분이 된다.

증명 끝.

위의 증명에서 실현가능한 배분 z가 no-envy와 함께 균등배분하한을 만족한다고 하면 $\alpha \geq 0$이고 따라서 $z \in AC|_{\alpha \geq 0}(e)$임을 알 수 있고 역으로 집합 $AC|_{\alpha \geq 0}(e)$에 속한 모든 배분은 no-envy와 균등배분하한을 만족함을 알 수 있다.

명제 1과 명제 2로 부터 아래와 같은 결론을 얻는다.

정리 1. 정보재 생산경제에서 no-envy와 효율성을 모두 충족하는 사회선택규칙은 존재하지 않는다.

이상 정보재 개발비용이 존재하는 경우, 평균비용이 한계비용보다 항상 크고, 평균비용이 사용자수에 대하여 단조 감소하는 특성으로 말미암아 정보재를 효율적으로 생산하기 위해 완전경쟁시장을 이용하여 가격을 한계비용과 일치시킨다면 정보재 개발비용을 회수할 수 없게 된다. 개발비용의 회수를 위해 평균비용균형을 적용할 수는 있으나, 이는 비효율적인 배분을 초래할 수 있는 문제가 있다. 보다 일반적으로 위 정리는 no-envy와 효율성을 동시에 충족하는 것이 불가능하다는 것을 보여준다.

이하에서는 또 다른 공정성 기준으로 널리 사용되어 온 등평등주의성이 정보재 생산경제에서 효율성과 양립할 수 있는지 검토해 보겠다. 정리 2는 교환경제모형에서의 Pazner and Schmeidler (1978) 의 존재 증명이 자연스럽게 정보재 생산경제의 도메인으로 확장될 수 있음을 보이고 있다.

정리 2. 정보재 생산경제에서 일반재에 대한 선호체계가 연속적이고 엄정단조성을 가질 때, 등평등주의성과 효율성을 모두 충족하는 사회선택규칙이 존재한다.

증명. 모든 $i\in N$에 대해 $R_i|_{\mathbb{R}_+}$은 연속적이고 엄정단조적 선호관계라고 하자. 모든 $i\in N$에 대해 $u_i:\mathbb{R}_+\times\mathbb{Z}_+\mapsto\mathbb{R}$는 $u_i(0,0)=0$이고 $u_i|_{\mathbb{R}_+}$가 $R_i|_{\mathbb{R}_+}$의 연속적인 표현(continuous representation)인 함수라고 하자. 그리고 $G=\{(u_i(t,1))_{i\in N}: t\in\mathbb{R}_+\}$라고 하자. 그러면 선호체계의 연속성과 엄정단조성 가정에 따라서 집합 G는 연속적인 단조경로(monotone path)이다. 이 경로의 최저점 $(u_i(0,1))_{i\in N}$는 가정 2에 의해서 실현가능한 효용벡터이다. 실현가능한 배분들이 가져오는 효용벡터들의 집합을 효용가능집합(utility possibility set)이라고 하고 $u(Z)$라고 쓰자. 이제 $F\equiv\{u\in u(Z):\ u'>u\Rightarrow u'\notin u(Z)\}$라고 하자.[15] 그러면 F는 효용가능집합에서 효율적인 배분에 대응하는 효용벡터들의 집합이 된다. 효용가능집합에서 효율적인 효용벡터들 중 단조경로 G의 최저점 $(u_i(0,1))_{i\in N}$ 보다 위에 있는 효용벡터들의 집합을 $F_0\equiv\{u\in F: u\geq(u_i(0,1))_{i\in N}\}$라고 하자. 이제 F_0가 폐집합임을 보이면, G가 단조증가하는 연속경로이고 그 초기점이 F_0의 아래에 위치하며 충분히 큰

15) 벡터 부등호는 $x\gg y\Leftrightarrow x_i>y_i\ \forall\, i$; $x>y\Leftrightarrow x_i\geq y_i\ \forall\, i, x\neq y$; $x\geq y\Leftrightarrow x_i\geq y_i\ \forall\, i$.

t값에 대한 효용벡터들은 F_0의 위에 위치함으로부터 $G \cap F_0 \neq \varnothing$임을 알 수 있다. 이 교집합에 있는 효용벡터는 등평등주의성과 효율성을 충족하는 배분으로부터 얻어짐이 두 집합 G와 F_0의 정의상 자명하다. 이제 F_0가 폐집합임을 보이기 위하여 F_0내의 임의의 수렴하는 점열 $u^n \equiv \left(u_i^n\right)_{i \in N}$과 그 수렴점 $u^* \equiv (u_i^*)_{i \in N}$을 고려하자. u^n을 가져오는 효율적 배분을 $z^n \equiv (z_i^n)_{i \in N} \equiv (x_i^n, y_i^n)_{i \in N}$이라 쓰자. 실현가능집합은 옹골집합(compact set)이므로, (z^n)의 극한점이 존재하고 그 중 하나를 택하여 $z^* \in Z$라고 하자. 만일 z^*가 효율적인 배분이 아니라면 u^*보다 큰 실현가능한 효용벡터가 존재함을 말한다. 즉 어떤 실현가능 배분 $\overline{z} \equiv (\overline{z_i})_{i \in N} \equiv (\overline{x_i}, \overline{y_i})_{i \in N}$가 존재하여 적어도 한 사람, 가령, 소비자 1, $u_1(\overline{z_1}) > u_1^*$이고 다른 모든 소비자 $i \in N \backslash \{1\}$에 대해, $u_i(\overline{z_i}) \geq u_i^*$. 그러면, $u_1(\overline{z_1}) > u_1^* \geq u_1(0,1)$이므로 $\overline{x_1} > 0$이고 따라서 충분히 작은 $\epsilon > 0$에 대하여, $u_1(\overline{x_1} - \epsilon, \overline{y_1}) > u_1(z_1^*)$이다. 배분 $\overline{z}$에서 소비자 1의 x재 소비를 ϵ만큼 줄이고 이 ϵ을 다른 모든 소비자들에게 균등배분하여 얻어진 배분을 $\overline{z}^{\epsilon}$이라 하면, 모든 $i \in N$에 대하여 $u_i(\overline{z}^{\epsilon}) > u_i(z_i^*)$. 배분 z^*가 (z^n)의 수렴점이므로 충분히 큰 자연수 n에 대하여 모든 소비자 $i \in N$에게 $u_i(\overline{z}^{\epsilon}) > u_i(z_i^n)$이 성립하고 이는 z^n이 효율적임에 모순이 된다. 증명 끝.

위 증명에서 준거묶음을 정보재를 소비하는 소비묶음들의 경로인 $\{(t,1) : t \geq 0\}$에서 찾았다. 이 경우 등평등주의성과 효율성을 만족하는 배분이 반드시 균등배분하한의 성질을 만족하지는 않음을 아래 예 3에서 보일 것이다. 등평등주의성을 만족시키기 위해서 준거묶음을 정보재를 소비하지 않는 소비묶음들의 경로, 즉 $\{(t,0) : t \geq 0\}$에서 찾을 경우, 전체 효율적 효용벡터들의 집합의 불연속성으로 말미암아 등평등주의성과 효율성을 충족하는 배분의 존재를 보장하기 어렵다. 이는 아래의 예에서 자세히 설명될 것이다.

예 3. 일반재의 사회적 부존이 $\Omega = 10$으로 주어지고 $a = 3, c = 1$이라고 하자. 두 명의 소비자가 있고 각 소비자 $i = 1, 2$는 $u_i(x_i, y_i) = x_i + \theta_i y_i$의 효용함수를 가진다. 두 소비자의 정보재에 대한 가치의 크기가 $\theta_1 = 8$와 $\theta_2 = 2$로 주어진 경우를

고려하자. 효율적인 배분 중에서 각 소비자의 후생이 극대화되는 배분은 소비자 1의 경우 부존자원의 일부 $(a+c=4)$를 한 단위 정보재 생산에 사용하고 나머지를 모두 혼자 소비하는데 사용하는 배분인 $((\Omega-a-c,1),(0,0))$임을 쉽게 확인할 수 있다. 소비자 2의 경우는 정보재를 한 단위 생산하는 비용인 $a+c=4$가 정보재 소비가 주는 효용의 크기인 $\theta_2=2$보다 크기 때문에 소비자 2의 후생이 극대화되는 배분은 모든 부존자원을 소비자 2가 소비하는 $((0,0),(\Omega,0))$임을 쉽게 확인할 수 있다. 이제 소비자 2의 최대 후생점으로부터 소비자 1의 일반재 소비를 조금씩 증가시킴으로써 아래와 같은 효율적 배분을 얻는다. 임의의 $\epsilon\in[0,3)$에 대하여 $((\epsilon,0),(\Omega-\epsilon,0))$이 효율적 배분임을 쉽게 확인할 수 있다. 이 배분에 상응하는 효용벡터는 $(u_1,u_2)=(\epsilon,\Omega-\epsilon)$이고 이는 직선 $u_1+u_2=10$ 상의 점이다. 소비자 1의 정보재 소비에서 오는 효용이 매우 크지만, 소비자 1이 가진 일반재의 양이 정보재를 생산하기에 충분하지 않기 때문에 정보재를 생산하지 않는 위와 같은 배분이 효율적이다.

만약 소비자 1에게 분배되는 일반재의 양이 3 이상이라면, 이 경우 정보재를 생산할 때 효용이 불연속적으로 상승하게 된다. 이를 확인하기 위하여 $\epsilon\geq 3$ 일 때 배분 $((\epsilon,0),(\Omega-\epsilon,0))$을 고려하면 이는 비효율적인데 이는 소비자 1이 $\min\{\epsilon,4\}$ 단위의 정보재를 지불하고 소비자 2가 $5-\min\{\epsilon,4\}$ 단위를 지불하여 2단위의 정보재를 생산한다면 두 소비자의 효용벡터가 $(u_1,u_2)=(8+\epsilon-\min\{\epsilon,4\},2+10-\epsilon-(5-\min\{\epsilon,4\}))$가 되어 (정보재가 존재하지 않는) 원래의 효용벡터인 $(\epsilon,10-\epsilon)$보다 크기 때문이다. 위 효용벡터가 직선 $u_1+u_2=15$ 상의 점임에 주목할 필요가 있다. 이 직선은 위에서 살펴본 정보재가 생산되지 않고 효율적인 배분의 효용벡터가 놓인 직선보다 위에 있다.

소비자 1의 최대후생을 가져오는 배분은 정보재를 소비자 1을 위하여 한 단위 생산하고 남은 일반재 전부를 소비자 1이 소비하는 $((\Omega-a-c,1),(0,0))=((6,1),(0,0))$이고 이는 효율적이다. 그 효용벡터는 $(u_1,u_2)=(14,0)$이다. 이제 이 점으로부터 소비자 2의 x재 소비를 조금씩 증가시킴으로써 아래와 같은 효율적 배분을 얻는다. 임의의 $\epsilon\in[0,1)$에 대하여 $((6-\epsilon,1),(\epsilon,0))$은 효율적 배분이고 그 효용벡터가 $(u_1,u_2)=(14-\epsilon,\epsilon)$으로 주어져 직선 $u_1+u_2=14$상에 있다. 만일 ϵ이 1 이상이라면 소비자 2를 위하여 정보재를 복제하는 것이 파레토 개선이 되

어 효율적 배분은 $((6-\epsilon,1),(\epsilon-1,1))$가 되고 효용벡터는 $(u_1,u_2)=(14-\epsilon,\epsilon+1)$로 정해져 직선 $u_1+u_2=15$상에 있다.

이상을 종합하면 효용가능집합 내에서 효율적인 효용벡터들의 집합 F는 아래와 같다.

$$F=\begin{cases} \{(u_1,u_2):0\le u_1<3, u_1+u_2=10\} \\ \cup \\ \{(u_1,u_2):8\le u_1\le 13, u_1+u_2=15\} \\ \cup \\ \{(u_1,u_2):13<u_1\le 14, u_1+u_2=14\} \end{cases}$$

균등배분점의 효용벡터는 $(5,5)$이고 두 소비자가 동일한 소비를 하는 배분들의 효용벡터는 $G_0=\{(u_1(t,0),u_2(t,0)):t\ge 0\}=\{(t,t):t\ge 0\}$ 혹은 $G_1=\{(u_1(t,1),u_2(t,1)):t\ge 0\}=\{(8+t,2+t):t\ge 0\}$에 속해야 한다. 그런데 $G_0\cap UPF=\varnothing$이고 $G_1\cap UPF=(10.5,4.5)$는 균등배분하한을 만족시키지 못한다. 따라서 이 경제에 어떤 배분도 등평등주의성, 효율성, 그리고 균등배분하한의 세 가지 요건을 동시에 만족시킬 수 없음을 알 수 있다. 따라서 위 예는 다음과 같은 불가능성이 성립함을 보여준다.

정리 3. 정보재 생산경제에서 등평등주의성, 효율성, 균등배분하한, 이 세 가지 요건을 모두 충족하는 사회선택규칙은 존재하지 않는다.

정리 1과는 달리 정리 3의 불가능성은 모형에서 음(-)의 일반재 소비를 고려하지 않는 것과 밀접한 관계가 있다. 특히, 예 3의 효용가능경계(utility possibility froniter)가 불연속적인 것은 음의 일반재 소비를 허용하지 않기 때문이다. 음의 일반재 소비가 가능한 모형에서는 선호체계의 적절한 가정 하에서 고전적인 결론을 얻을 수 있을 것이다.

본 절에서는 모든 소비자가 초기부존자원에 동일한 권리를 가지는 모형을 고려하였다. 이는 사적초기부존이 있는 모형의 특수한 경우로서, 모든 소비자가 동일한 사적부존자원을 가지는 경우에 해당한다. 본 절에서 얻어진 주요 결론이 사적초기부존이 있는 일반적인 모형에 단순하게 확장될 수 있다.

Ⅲ. 정보재 교환경제에서 거래의 공정성과 코어

제2절에서는 정보재 개발과 배분을 동시에 고려한 모형을 살펴보았고 배분의 공정성 기준으로 no-envy와 효율성간에 상충관계가 있음을 보였다. 이러한 상충관계를 가져오는 주된 이유로 정보재 생산기술의 규모수익 체증성을 들 수 있다. 이는 정보재 개발의 고정비용 a가 존재하기 때문인데, 본 절에서는 이와 같은 정보재 개발의 고정비용이 존재하지 않는 경우, 즉 한 경제주체가 이미 정보재를 보유하고 있는 경우를 고려하고자 한다. 또한 경제주체들 중 어느 한 명이 정보재를 복제하여 공급하는 경우에서 시작하여 이와 같은 정보재 공급자들이 다수 존재하는 경우를 고려하고자 한다. 정보재 교환경제에서 거래의 공정성을 충족하는 배분을 찾고 나아가서 "순수경쟁"의 결과로서 코어(core; Edgeworth 1881)의 특성을 연구하고자 한다.[16] 코어배분들 중에서, 공정한 거래의 결과로 달성되는 배분이 존재하는지 그리고 공정성의 확보와 정보재 공급 인센티브 부여가 동시에 가능한지, 두 목적 사이에 상충관계가 있는지에 관하여 연구하고자 한다.

1. 교환경제 모형과 기본 개념

이미 개발되어 있는 정보재를 한 소비자가 사적으로 소유하고 있고 이를 복제하여 배분하는 경제를 고려하자. 이 경제에는 n명의 소비자가 존재하고 이들의 집합을 $N \equiv \{1, \ldots, \mathrm{n}\}$으로 표기하자. 소비자의 선호체계와 그에 대한 가정은 제2절에서와 같다. 편의상 각 소비자 i의 선호체계를 나타내는 효용함수 $u_i : \mathbb{R}_+ \times \{0,1\} \to \mathbb{R}$을 종종 사용할 것이나 모든 결론은 서수적 효용에만 의존한다.[17] 소비자 1은 정보재를 한 단위 초기에 보유하고 있다. 다른 소비자들은 정보재를 초기에 보유하고 있지 않다. 각 소비자 i는 m_i만큼의 일반재를 초기에 보유하고 있다. 따라서 소비자 1의 부존자원을 $w_1 \equiv (m_1, 1)$, 다른 소비자 i의 부존자원을 $w_i \equiv (m_i, 0)$로 나타낼 수 있다. 이와 같은 개인별 부존자원의 나열을

---

16) 코어에 대한 보다 자세한 논의는 Hildenbrand and Kirman(1988)을 참조하기 바란다.

17) 즉, 모든 i에 대해서 모든 $z_i, z_i' \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{Z}_+$에 대해서 $z_i R_i z_i' \Leftrightarrow u(z_i) \geq u(z_i')$, $z_i P_i z_i' \Leftrightarrow u(z_i) > u(z_i')$, $z_i I_i z_i' \Leftrightarrow u(z_i) = u(z_i')$.

$w \equiv (w_i)_{i \in N}$라고 쓰고 이를 초기배분이라고 부르자.

이 경제에서 생산은 오로지 정보재의 복제에 의해서만 이루어지고 한 단위의 복제는 언제나 $c > 0$의 비용을 야기하며, 모든 $i \neq 1$에 대해서 $c \leq m_i$라고 하자. 즉, 정보재 공급자인 소비자 1을 제외한 다른 소비자의 초기 부존자원으로 정보재의 복제비용을 감당할 수 있을 만큼 복제비용이 충분히 작다고 하자. 그러면, 이 경제의 실현가능 배분집합은

$$Z(N) \equiv \left\{ (x_i, y_i)_{i \in N} : \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} m_i - c \sum_{i=2}^{n} y_i \right\}$$

으로 나타내어진다.[18] 마찬가지로 임의의 부분집단 $S \subseteq N$에 대하여 집단 S에게 실현가능한 배분집합은

$$Z(S) \equiv \begin{cases} \left\{ (x_i, y_i)_{i \in S} \in \mathbb{R}_+^S \times \{0,1\} : \sum_{i \in S} x_i = \sum_{i \in S} m_i - c \sum_{i \in S - \{1\}} y_i \right\}, & \text{if } 1 \in S \\ \left\{ (x_i, 0)_{i \in S} \in \mathbb{R}_+^S \times \{0,1\} : \sum_{i \in S} x_i = \sum_{i \in S} m_i \right\}, & \text{if } 1 \notin S. \end{cases}$$

로 나타낼 수 있다.

배분 z에서 집단 S의 소비묶음 나열 $(z_i)_{i \in S}$이 이 집단 구성원들끼리 실현할 수 있는 다른 소비묶음 나열보다 열등하다면, 집단 S는 배분 z를 거부할 것이다. 집단형성과 집단 내 배분에 있어서 어떠한 제약도 없는 순수경쟁의 상황에서 최종적 합의점이 되려면 이와 같이 거부권을 행사하려는 집단이 없어야 할 것이다. 보다

---

18) 이 모형에서 정보재의 공급자인 소비자 1은 항상 자신이 보유하고 있는 정보재를 복사하여 다른 소비자에게 제공한다. 따라서 일반재와는 달리 다른 소비자에게 자신의 정보재를 제공해도 여전히 소비자 1은 정보재를 한 단위 보유하게 된다. 즉, 항상 $y_1 = 1$이 성립한다. 이는 인터넷을 통해 보급되는 정보재에 잘 적용되는데 이 경우 소비자들은 공급자가 보유하고 있는 정보재를 다운로드하여 획득하게 되며, 다운로드 횟수에 상관 없이 공급자는 항상 정보재 파일을 보유하게 된다. 본 논문은 이처럼 네크워크를 통해 정보재가 거래되는 상황을 모형화하고 있다. 만약 정보재가 일반재 처럼 거래되는 상황을 고려한다면(즉, $y_1 = 0$이 허용된다면), 실현가능집합 $Z(S)$의 정의에서 $1 \in S$인 경우에 $\sum_{i \in S - \{1\}} y_i$ 를 $\max\left\{ \sum_{i \in S} y_i - 1, 0 \right\}$로 대체하여야 하고, 주요 결과의 증명도 이에 따라 대체한다면 같은 결론을 도출할 수 있다.

엄밀히, 어떤 집단 S 가 배분 $z \equiv (x,y) \in Z(N)$를 거부한다는 것은(집단 밖 누구의 도움 없이) 이 집단에 다른 실현가능한 배분 $(x_i', y_i')_{i \in S} \in Z(S)$이 존재하여 집단 내 어떤 구성원의 후생도 낮추지 않으면서 적어도 한명의 후생을 높일 수 있다는 것을 의미한다. 즉 모든 $i \in S$에 대하여 $u_i(x_i', y_i') \geq u_i(x_i, y_i)$이고 어떤 $j \in S$에 대하여 $u_j(x_j', y_j') > u_j(x_j, y_j)$. 실현가능한 배분 $z \equiv (x,y) \in Z(N)$가 **코어배분**(core allocation)이라는 것은 이 배분을 거부할 수 있는 어떤 집단도 존재하지 않음을 뜻한다. 이와 같은 코어배분들로 이루어진 집합을 코어라고 부른다.

효율적(efficient) 배분은 전체 집단 N이 거부할 수 없는 배분이고 그 역도 성립한다. 어떤 실현가능한 배분이 **개별적으로 합리적**(individually rational)이라는 것은 어느 한 개인에 의해서도 거부될 수 없다는 것을 말한다. 즉, 각자가 초기배분과 적어도 무차별하거나 더 나은 소비를 하고 있다는 것이다.

공정성 기준으로 no-envy 기준을 사적소유가 있는 경제에서 거래(trade)의 공정성 기준으로 확장하여 적용할 것이다. 임의의 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$는 각 소비자 i의 부존자원 ω_i에서 $z_i - \omega_i$라는 거래(trade)를 함으로써 얻어진다. 소비자 i가 소비자 j의 거래를 부러워함(envy)은 j의 거래를 i가 대신함으로써 i의 후생이 증가할 수 있다는 것을 뜻한다. 즉 $u_i(\omega_i + (z_j - \omega_j)) > u_i(z_i)$이다. 배분 z가 envy-free **거래조건**(no-envy trade condition)을 만족한다는 것은 어떤 소비자도 다른 소비자의 거래를 부러워하지 않음을 의미한다.

2. 코어와 거래의 공정성

우선 코어 배분이 가지는 몇 가지 간단한 특성들을 살펴보자.

사실 1. 어떤 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N} \in Z(N)$가 효율적일 필요충분조건은 모든 i에 대해 $y_i \in \{0, 1\}$이고, 정보재 공급자(소비자 1)를 제외한 다른 모든 소비자 i에 대하여

(i) 만약 $y_i = 1$이라면, $u_i(x_i, 1) \geq u_i(x_i + c, 0)$.

(ii) 만약 $y_i = 0$이라면, $u_i(x_i, 0) \geq u_i(x_i - c, 1)$.

증명. 부록 참조.

즉 효율적 배분에서 정보재 사용자는 언제나 정보재 복제비용만큼을 보조 받고 비사용자가 되는 것을 선호하지 않아야 하고 비사용자는 반대로 복제비용만큼 지불하고서 사용자가 되는 것을 선호하지 않아야 한다. 그리고 그 역도 성립한다.

사실 2. 만일 한 집단이 개별적으로 합리적인 배분을 거부할 수 있다면, 이 집단은 소비자 1을 포함하여야 한다.

증명. 부록 참조.

각 소비자 $i \in N \setminus \{1\}$가 정보재와 함께 소비하여 초기소비 $(m_i, 0)$과 무차별하게 여기는 금액을 x_i^* 라고 하자. 즉 $u_i(x_i^*, 1) = u_i(m_i, 0)$. 그리고 x_i^* 는 잘 정의된다고(well-defined) 가정하자. 즉, $x_i^* \geq 0$이며 이것은 초기 부존자원을 소비하는 것이 일반재 없이 정보재만 소비하는 것보다 선호됨을 가정한다.

사실 3. 어떤 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N} \in Z(N)$가 개별적으로 합리적이라 하자. 그러면

(i) $x_1 \geq m_1$이고, 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대하여, $y_i = 1$이라면 $x_i \geq x_i^*$ 이고, $y_i = 0$이라면 $x_i \geq m_i$.

(ii) 배분 z가 코어에 속한다고 가정하자. 그러면 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대하여, $y_i = 1$이면, $x_i \leq m_i - c$이고, $y_i = 0$이면, $x_i \leq m_i$이다. 따라서 (i)과 결합하여, $y_i = 1$이면 $x_i^* \leq x_i \leq m_i - c$이고, $y_i = 0$이면 $x_i = m_i$.

증명. 부록 참조.

각 소비자 i에게 $m_i - x_i^*$는 정보재 소비를 위하여 기꺼이 지불하고자 하는 최대 금액, WTP(willingness-to-pay)이다. 이를 $p_i^* \equiv m_i - x_i^*$로 쓰자. (i)는 모든 정보재 사용자가 WTP 이하를 지불해야 하고 모든 비사용자는 어떤 비용도 지불해서는 안 된다는 것을 말해준다. (ii)의 경우 모든 사용자는 적어도 복제비용 이상을 지불해야 하고 비사용자는 어떤 보조(subsidy)를 받아서는 안 된다는 것을 말한다. 결론적으로 코어배분에서 정보재 사용자가 지불하는 최소액은 복제비용이고 최대액

은 WTP이고 비사용자의 경우 아무런 거래도 하지 않고 초기소유하던 일반재를 소비해야 한다.

위 기본적 사실들을 종합하여 아래와 같이 코어를 특성화할 수 있다.

명제 3. 어떤 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$가 경제 $e \equiv (u_i(\cdot), \omega_i)_{i \in N}$의 코어에 속할 필요충분조건은 아래와 같다. 각 소비자에게 제공되는 정보재의 수량은 한 단위 이하이고, 실현가능성제약, 즉 $\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} m_i - c\sum_{i=2}^{n} y_i$를 만족하며,

(i) $x_1 \geq m_1$,

(ii) $y_i = 1$인 각 소비자 $i \neq 1$에게, $x_i^* \leq x_i \leq m_i - c$이고,[19]

(iii) $y_i = 0$인 각 소비자 $i \neq 1$에게, $x_i = m_i$이고 $x_i^* \geq m_i - c$.[20]

증명. 부록 참조.

모든 소비자가 복제비용을 지불하고 정보재를 소비할 의사가 있을 때, 즉, $u_i(m_i, 0) < u_i(m_i - c, 1)$ 일 때, 코어배분에서는 항상 모든 소비자가 정보재를 소비하게 된다. 각 소비자 i에게 정보재가 주는 이득이 클수록 $m_i - x_i^*$는 커지고, x_i^*는 작아진다. 따라서 명제 3(ii)에 따르면, 정보재가 주는 이득이 클수록 코어배분에서 정보재 소비자의 지불범위는 넓어지고, 코어는 커짐을 알 수 있다.

이제 envy-free 거래조건을 만족하는 배분의 특성에 대하여 알아보자. 이를 위하여 아래의 개념들이 필요하다. 어떤 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$가 주어졌을 때, N_0는 (제2절에서와 같이) z에서 비사용자들의 집합을 나타내고, $N_1' \equiv \{i \in N \setminus \{1\}: y_i = 1\}$은 소비자 1 이외에 사용자들의 집합을 나타낸다. 제2절에서와 마찬가지로 정보재를 2 단위 이상 소비하는 배분은 논의에서 제외하기로 한다. n_0는 N_0에 속한 소비자의 수를 나타내고 n_1'은 N_1'에 속한 소비자의 수를 나타낸다.

정보재 사용자 i의 선호체계 하에서 i를 포함한 모든 사용자들이 복제비용을 초과하여 동일한 액수 δ_i를 지불하고 비사용자들은 이러한 지불액의 총합을 균등 분할하여 받게 될 때 i가 이러한 비사용자들의 거래를 부러워하지 않으려면 아래 부

19) 따라서 $u_i(x_i, 1) \geq u_i(x_i^*, 1) = u_i(m_i, 0) \geq u_i(x_i + c, 0)$..

20) 따라서 $u_i(m_i, 0) \geq u_i(m_i - c, 1)$.

등식이 성립해야 한다.

$$u_i(m_i - c - \delta_i, 1) \geq u_i(m_i + \delta_i n_1'/(n_0+1), 0)$$

따라서 이러한 부러움이 존재하지 않으려면 δ_i가 아래 등식의 해보다 (해가 존재하는 경우) 작거나 같은 값을 가져야 할 것이다.

$$u_i(m_i - c - \delta_i, 1) = u_i(m_i + (n_1'/(n_0+1))\delta_i, 0)$$

δ_i값이 음의 값으로 지나치게 작다면 이는 비사용자들이 사용자들을 보조하는 것이 되고 따라서 비사용자들이 사용자들의 거래를 부러워하게 된다. 따라서 no-envy 거래조건을 위해서 δ_i의 최소값을 정해야만 하는데 이는 비사용자들의 효용함수를 이용하여 위와 같은 등식의 해로부터 구해낼 수 있다. 위 등식의 해가 없는 경우가 있는데 이런 일반적인 경우를 포괄하기 위해서 다소 기술적인 개념들을 사용해야한다.

각 소비자 $i \in N$에 대하여, 아래와 같이 두 집합을 정의하자.

$$D_i^+ \equiv \{\delta_i \in \mathbb{R} : u_i(m_i - c - \delta_i, 1) \geq u_i(m_i + \delta_i n_1'/(n_0+1), 0)\}$$
$$D_i^- \equiv \{\delta_i \in \mathbb{R} : u_i(m_i - c - \delta_i, 1) \leq u_i(m_i + \delta_i n_1'/(n_0+1), 0)\}.$$

D_i^+의 상한(upper bound)을 δ_i^+라고 쓰고 D_i^-의 하한(lower bound)을 δ_i^-라고 쓰자. D_i^+가 공집합일 경우 δ_i^+가 정의되지 않는다. 이하에서 δ_i^+는 항상 D_i^+가 공집합이 아닌 경우에만 사용할 것이고 δ_i^-도 마찬가지이다. 등식 $u_i(m_i - c - \delta_i, 1) = u_i(m_i + (n_1'/(n_0+1))\delta_i, 0)$을 만족하는 δ_i가 존재하면, $\delta_i^+ = \delta_i^- = \delta_i$이다. 만일 정보재 소비를 위한 최대지불의사가 복제비용 이상이면, 즉 $m_i - c \geq x_i^*$라면, $u_i(m_i - c, 1) \geq u_i(x_i^*, 1) = u_i(m_i, 0)$이고 $0 \in D_i^+$. 따라서 $D_i^+ \neq \varnothing$이고 $\delta_i^+ \geq 0$이다. 만일 정보재 소비를 위한 최대지불의사가 복제비용 이하이면, 즉 $m_i - c \leq x_i^*$라면, $\delta_i^+ \leq 0$이다.[21] 마찬가지로 만일 $m_i - c \geq x_i^*$라면, $\delta_i^- \geq 0$이고, 만일

$m_i - c \le x_i^*$ 라면, $\delta_i^- \le 0$이다. 아울러 정보재가 소비자에게 주는 혜택이 클수록 δ_i^+와 δ_i^-가 크다는 것을 알 수 있다. 배분 z가 코어에 속할 때 명제 3의 (iii)에 의하여 임의의 비사용자 $i \in N_0$에 대하여 $0 \in D_i^-$이므로 $\delta_i^- \le 0$이고 명제 3의 (ii)에 의하여 임의의 사용자 $i \in N_1$에 대하여 $m_i - c \ge x_i^*$이므로 위에서 보았듯이 $\delta_i^+ \ge 0$이다.

이제 이상의 값들을 이용하면 envy-free 거래조건을 가지는 모든 배분들을 다음과 같이 찾아낼 수 있다.

명제 4. 어떤 실현가능한 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$이 envy-free 거래조건을 만족할 필요충분조건은 다음과 같다. 어떤 실수 p가 존재하여 모든 사용자 $i \in N_1$은 p를 지불하여 $x_i = m_i - p$이고, 정보재 공급자 혹은 모든 비사용자 $i \in N_0 \cup \{1\}$은 사용자들로부터의 순수입의 균등배분을 보조받아 $x_i = m_i + \frac{n'_1}{n_0 + 1}(p - c)$이며, 사용자들이 복제비를 초과하여 지불하는 금액 $p - c$는 아래 부등식의 영역 안에 있다.

$$\max\left[\left\{-\frac{n_0 + 1}{n_0 + n_1' + 1}c\right\} \cup \left\{\delta_i^- : i \in N_0\right\}\right] \le p - c \le \min\left\{\delta_i^+ : i \in N_1'\right\}$$

증명. 부록 참조.

이제 명제 3과 4를 종합하여, 어떤 배분이 코어에 속하고 동시에 envy-free 거래조건을 만족하는 배분이 될 필요충분조건을 얻을 수 있다.

정리 4. 어떤 코어배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$가 envy-free 거래조건을 만족할 필요충분조건은 다음 같다.

(i) $n_0 = 0$일 때, 어떤 실수 $p \le \min\left\{m_i - x_i^* : i \in N_1'\right\}$가 존재하여 모든 사용

---

21) 만약 $\delta_i > 0$이면, $u_i(m_i - c - \delta_i, 1) < u_i(m_i - c, 1) \le u_i(x_i^*, 1) = u_i(m_i, 0) \le u_i(m_i + \delta_i n_1'/(n_0 + 1), 0)$. 따라서 $\delta_i \notin D_i^+$.

자 $i \in N_1'$는 p를 지불하여 $x_i = m_i - p$이고, 정보재 공급자는 위 지불총액에 복제비용을 제한 순수입을 얻어 $x_1 = m_1 + n_1'(p-c)$이며, $c \le p \le c + \min\{\delta_i^+ : i \in N_1'\}$,

(ii) $n_0 > 0$일 때, 모든 사용자 $i \in N_1'$는 복제비를 지불하여 $x_i = m_i - c$ 이고 $x_i^* \le m_i - c$,[22] 모든 비사용자 $i \in N_0$는 거래를 하지 않아서 $x_i - m_i = 0$이고 $x_i^* \ge m_i - c$,[23] 공급자는 영의 순수익을 얻어 $x_1 - m_1 = 0$.

증명. 부록 참조.

따라서 모든 소비자가 복제비용을 지불하고 정보재를 소비할 의사가 있을 때, 즉, $u_i(m_i, 0) < u_i(m_i - c, 1)$일 때, 코어배분에서는 항상 모든 소비자가 정보재를 소비하게 되므로, $n_0 = 0$, 즉 경우 (i)에 속한다. 이 경우, 정보재가 주는 혜택이 클수록, 정보재 소비자의 화폐거래액 α의 범위는 커지고, 더 다양한 코어배분들이 공정성을 가지게 되며, 특히, 정보재 공급자에게 더욱 큰 인센티브를 제공하는 것이 가능해진다. 반면에 정보재가 주는 혜택이 미미한 소비자가 있는 경우, 보다 정확히, 복제비용만 지불하고도 정보재를 소비할 의사가 없는 소비자가 있을 경우 (즉 $u_i(m_i, 0) > u_i(m_i - c, 1)$), 정보재 비사용자가 있는 코어배분이 존재하고 이 때, 정리 4(ii)가 성립한다. 이 경우 envy-free 거래 조건을 만족하는 모든 코어배분은 소비자들에게 무차별하다.

우리의 모형에서 소비자 1은 다른 소비자와는 달리 정보재의 공급자 역할을 하고 있다. 역할이 다른 경제주체 간에는 no-envy를 요구하지 않는 것으로 envy-free 거래의 개념을 완화시키는 것도 현실적인 타당성을 갖는다. 이와 같이 완화된 envy-free 거래 개념 하에서 위의 정리 4를 다시 검토해 보면 정보재 비사용자는 코어배분에서 아무런 거래를 하지 않지만 더 이상 정보재 공급자인 소비자 1의 거래를 부러워해서는 안 된다는 조건을 만족할 필요가 없으므로 정보재 비사용자는 실제로 배분에 아무런 영향을 주지 못한다. 따라서 이 문제는 정보재 비사용자를 배제한 문제와 동일하므로 정리 4(i)와 같은 결과가 도출된다. 즉, 완화된 envy-free

22) 따라서, $u_i(m_i - c, 1) \ge u_i(m_i, 0)$.

23) $u_i(m_i, 0) \ge u_i(m_i - c, 1)$,

거래 개념 하에서는 정보재 비사용자의 존재 여부에 상관없이 정보재 공급자는 양(+)의 순수익을 얻을 수 있다.

따름정리. 정보재를 사용하지 않는 소비자가 있고 envy-free 거래조건을 만족하는 코어배분은 후생적으로 유일하게 존재하고, 여기서 정보재 공급자는 아무런 순수익도 얻지 못한다.

위 결과들을 종합하면, envy-free 거래조건이라는 공정성 기준 하에서 정보재 공급자에게 양의 순수익을 보장하려면, 정보재의 혜택이 미미한 소비자가 존재해서는 안 된다는 것을 알 수 있다. 즉, 양의 순수익을 보장하려면 모든 소비자에게 정보재가 주는 혜택이 충분히 커야 한다. 가령, 모든 소비자가 정보재 소비를 위해 복제비용만큼은 기꺼이 지불할 의사가 있다면 공정한 배분으로써 정보재 공급자에게 양의 순수익을 보장하는 것이 가능하다.

3. 재복제 가능성하에서 자발적 참여

앞선 모형에서는 복제된 정보재로부터 재복제를 통하여 정보재를 공급하는 경우를 고려하지 않았다. 만약 복제기술이 모두에게 알려져 있어서 정보재의 초기 공급자뿐만 아니라, 다른 소비자들도 공급된 정보재를 재복제(불법/무단복제) 할 수 있다면, 코어배분이라고 할지라도 재복제를 통한 정보재사용을 방지하지는 못한다. 코어배분에서 정보재 사용자에게 지나치게 많은 요금을 부과한다면 사용자는 이와 같은 배분과정에 자발적으로 참여하기보다는 기사용자에게 재복제를 통하여 정보재를 공급받는 것이 유리할 수 있다. 즉, 코어개념만으로는 자발적 참여를 보장하기 어렵다. 본 절에서는 이와 같이 재복제가 가능한 경우에 자발적 참여(voluntary participation)를 위한 조건을 살펴보고 이를 충족하는 코어배분을 찾아낼 것이다. 재복제 문제가 흥미로우려면 적어도 세 명의 소비자가 있어야 하므로 이하에서는 $n \geq 3$을 가정하겠다.

재복제를 방지하는 아무런 제도적 장치가 없는 경우, 어떤 배분 z에서 소비자 $i \in N \setminus \{1\}$가 정보재를 소비하면서(즉, $y_i = 1$) 복제비용 c보다 더 많이 지불한다고($m_i - x_i > c$) 하자. 그러면 이 소비자는 배분 z에 참여하지 않고 다른 정보재 소

비자 j (소비자 1 포함) 에게 c보다는 많지만 배분 z에서 i가 지불하는 액수 $m_i - x_i$ 보다는 적은 돈을 지불하고 정보재의 재복제를 제안할 것이다. 복제기술이 공개되어 있다면, 소비자 j는 소비자 i의 제안을 받아들임으로써 재복제를 통한 이득을 얻게 된다. 따라서 자발적 참여를 보장하기 위해서는 정보재를 소비하는 소비자는 복제비 c 이상을 지불하면 안 된다. 보다 일반적으로 재복제를 방지하기 위한 제도적 페널티의 도입으로 인하여 d 만큼의 재복제 비용이 추가적으로 발생할 경우에는 자발적 참여를 위하여 정보재 소비자는 $c+d$ 이상을 지불하면 안 될 것이다. 따라서 이와 같은 재복제를 방지하기 위하여 아래와 같은 조건이 필요하다.

재복제방지성. 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대해서 $y_i = 1$이면 $x_i \geq m_i - c - d$.

다음의 명제는 재복제 방지를 위한 제도적 페널티가 없을 경우(즉, $d = 0$), 재복제방지성을 만족하는 코어배분의 특징을 설명하고 있다.

정리 5. 재복제 방지를 위한 제도적 페널티가 없을 경우(즉, $d = 0$), 재복제방지성을 가지는 코어배분은 후생적으로 유일하게 존재하며, 그 특징은 다음과 같다.

(i) $u_i(m_i - c, 1) > u_i(m_i, 0)$를 만족하는 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대해서 $x_i = m_i - c$이며 $y_i = 1$이다.

(ii) $u_i(m_i - c, 1) < u_i(m_i, 0)$를 만족하는 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대해서 $x_i = m_i$이며 $y_i = 0$이다.

(iii) $u_i(m_i - c, 1) = u_i(m_i, 0)$를 만족하는 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대해서 i가 사용자일 때는 $x_i = m_i - c$이고 비사용자일 때는 $x_i = m_i$.

증명. 부록 참조.

재복제방지성을 가지는 코어배분은 정리 4 (ii) 에 기술된 조건들을 만족함을 확인할 수 있다. 아울러, 위에 나열된 배분의 세 가지 성질로부터 정보재 공급자의 순수익이 없음을 알 수 있다. 따라서 우리는 다음의 결과를 얻는다.

따름정리. 재복제 방지를 위한 제도적 페널티가 없을 경우(즉, $d = 0$), 재복제

방지성을 가지는 코어배분은 envy-free 거래조건을 만족하고 정보재 공급자는 아무런 순수익도 얻지 못한다.

이를 볼 때, 재복제 방지를 위한 제도적 장치의 유무는 우리의 공정성 원칙에 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 단, 정보재 공급자에게 공급의 엄정한 인센티브를 보장하기 위해서는 재복제 방지를 위한 장치가 도입될 필요가 있다.

위 결과에서 알 수 있는 흥미로운 점은 공정성과 본질적으로 상이한 코어 안정성(core stability)과 재복제방지성이 공정성을 함축한다는 점이다. 또한, 위 정리에서 말하는 후생적으로 유일한 배분은 바로 완전경쟁균형배분과 동일한데 이는 정보재 공급자가 아무런 이윤을 얻지 못하고 모든 정보재 구매자가 한계 복제비용인 c를 지불하기 때문이다. 따라서 코어 안정성과 재복제방지성이 완전경쟁 균형배분을 함축한다는 또 하나의 흥미로운 사실을 발견할 수 있다. 이러한 결론을 낳은 것은 재복제방지성이 정보재 초기 공급자와 재복제를 통한 이차적 정보재 공급자들 간의 경쟁이 존재하는 상황에서 균형조건을 요구하기 때문이다. 다음 항에서는 재복제가 가능하지 않을 경우에도 정보재 공급자가 둘 이상이면 비슷한 결론이 도출됨을 보일 것이다.

4. 동일한 정보재의 공급자가 둘 이상일 경우

우리는 지금까지 정보재 공급자가 한 명인 경우를 고려하였다. 여기에서는 정보재 공급자가 두 명 이상인 경우를 고려하겠다. 일반성을 상실하지 않고서 분석의 단순화를 위하여 소비자 1과 2가 정보재의 공급자인 경우를 고려하자. 따라서 이들의 초기 배분은 각각 $(m_1, 1)$과 $(m_2, 1)$ 이다. 이 경우 코어안정성 개념은 정보재 공급자들 사이의 경쟁까지 포괄하여 그 균형 조건을 함축한다. 이것이 공급자가 한 명인 경우와 달리 코어배분이 "후생적으로 유일"하다는 아래 결과를 얻게 하는 요인이다.

정리 6. 소비자 1과 2가 정보재의 공급자인 경우, 임의의 코어배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$는 아래의 네 조건을 만족한다. 모든 $i \in N \backslash \{1,2\}$ 에 대하여,

(ⅰ) $u_i(m_i - c, 1) > u_i(m_i, 0)$이면, $x_i - m_i = -c$, $y_i = 1$,

(ⅱ) $u_i(m_i - c, 1) < u_i(m_i, 0)$이면, $x_i - m_i = 0$, $y_i = 0$,

(ⅲ) $u_i(m_i - c, 1) = u_i(m_i, 0)$이면, $x_i - m_i = -c$, $y_i = 1$ 혹은 $x_i - m_i = 0$, $y_i = 0$,

(ⅳ) $x_1 - m_1 = x_2 - m_2 = 0$, $y_1 = y_2 = 1$.

따라서 모든 코어배분은 소비자들에게 무차별하다. 즉, 코어배분은 후생적으로 유일하게 존재한다.

증명. 부록 참조.

위 네 가지 성질을 가지는 코어배분은 정리 4의 envy-free 거래에 관한 조건들을 만족함을 확인할 수 있다. 아울러 모든 정보재 사용자는 복제비용만을 지불하고 비사용자는 아무런 비용을 지불하지 않아서 정보재 공급자의 수익은 영이므로 다음의 결과를 얻는다.

따름정리. 정보재의 공급자가 둘 이상일 경우, 모든 코어배분은 envy-free 거래조건을 충족하고, 정보재 공급자는 아무런 순수익도 얻지 못한다.

이는 공급자간 경쟁의 도입이 가져오는 소비자 후생증대를 잘 보여준다. 공급자간에 경쟁이 있을 경우에 모든 코어배분은 복제비용이라는 최소비용만을 정보재 사용자에게 부과한다. 아울러 공급자간 경쟁 도입으로 인하여 우리의 공정성 기준이 자동적으로 만족됨을 보여주고 있다. 공급자간 경쟁은 소비자 후생의 극대화와 공정성 양면에 있어서 긍정적인 결과를 가져오는 것을 알 수 있다. 위의 후생적으로 유일한 배분은 정리 5에서처럼, 완전경쟁균형배분임을 알 수 있다. 따라서 둘 이상의 정보재 공급자가 경쟁할 때, 코어 안정성은 공정성과 완전경쟁균형을 동시에 함축한다는 사실을 알 수 있다.

〈부 록〉

사실 1의 증명. 제시된 조건이 충분함은 아래의 명제 3의 증명과 같이 증명할 수 있으므로 생략하도록 한다.[24] 이하에서 제시된 조건의 필요성을 보이겠다. 가정 1에 의해 모든 i에 대해 $y_i \in \{0, 1\}$ 임은 자명하다. 이제 (i)을 증명하기 위하여 소비자 $i \in N \backslash \{\mathrm{i}\}$에 대하여 $y_i = 1$이라고 가정하자. 만약 $u_i(x_i, 1) < u_i(x_i + c, 0)$라면 이 소비자에게 정보재를 제공하지 않음으로써 복제비용 c를 절약할 수 있다. 그리고 이 절약된 비용은 소비자 i의 후생을 개선하는 데 충분하고 여기서 다른 사람의 후생은 영향을 받지 않는다. 이는 주어진 배분이 비효율적임을 나타낸다. (ii)의 증명도 이와 유사하므로 생략한다. 증명 끝.

사실 2의 증명. 결론을 부정하여 1을 포함하지 않는 집단 S가 개별적으로 합리적인 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N} \in Z(N)$을 거부할 수 있다고 하자. 그러면 이 집단에 실현 가능한 배분 $(x_i', 0)_{i \in S} \in Z(S)$가 존재하여 모든 $i \in S$에 대하여 $u_i(x_i', 0) \geq u_i(x_i, y_i)$이고 S에 속한 적어도 한명의 소비자에 대하여 이 부등식이 강부등식으로 성립한다. 배분 z는 개별적으로 합리적이므로 모든 $i \in S$에 대하여 $u_i(x_i, y_i) \geq u_i(m_i, 0)$이다. 따라서 위 부등식으로부터 $\sum_{i \in S} x_i' > \sum_{i \in S} m_i$임을 얻을 수 있고 이는 $(x_i', 0)_{i \in S} \in Z(S)$임에 모순된다. 증명 끝.

사실 3의 증명. (i)은 자명하므로 생략한다. 임의의 코어 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N} \in Z(N)$이 주어져 있다. 소비자 $i \in N \backslash \{1\}$가 z에서 정보재를 소비하고 있고(즉 $y_i = 1$), $x_i > m_i - c$라고 가정하자. 집단 $N \backslash \{i\}$의 아래와 같은 배분을 고려하자. 각 $j \in N \backslash \{i\}$에 대하여, $x_j' \equiv x_j + (x_i - m_i + c)/(n-1)$이고 $y_j' \equiv y_j$이라고 하자. 그러면 z가 실현가능한 배분이므로 $x_i - m_i + c + \sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_j \leq \sum_{j \in N \setminus \{i\}} m_j - c$이고 이는 배분 $(x_j', y_j')_{j \in N \backslash \{i\}}$가 집단 $N \backslash \{i\}$에게 실현가능함을 말해준다. 그런데 $x_i - m_i + c > 0$이므로, 이 집단의 모든 소비자는 새로운 배분에서

---

24) 명제 3의 증명에서 임의의 집단 S를 전체집합 N으로 대체하면 된다.

더 많은 화폐소비를 하고 z에서와 동일한 정보재 소비를 하고 있다. 따라서 이들의 만족도가 증가할 수 있고, 이는 이 집단이 배분 z를 거부할 수 있음을 말한다.

이번에는 소비자 i가 z에서 정보재를 소비하지 않고(즉 $y_i=0$), $x_i>m_i$이라고 가정하자. 각 $j\in N\backslash\{i\}$에 대하여 $x_j'\equiv x_j+(x_i-m_i)/(n-1)$이라 하고 $y_j'\equiv y_j$이라 하자. 그러면 이 배분으로, 앞에서와 같이, 집단 $N\backslash\{i\}$가 z를 거부할 수 있음을 보일 수 있다. 증명 끝.

명제 3의 증명. 충분조건임은 자명하다. 따라서 필요조건임을 증명하면 된다. 우선 명제 3에 서술되어 있는 조건을 만족하는 배분을 $z\equiv(x_i,y_i)_{i\in N}$라고 쓰자. 결론을 부정하여 어떤 집단 S가 이 배분을 거부할 수 있다고 가정하자. 그러면 S에게 실현가능한 배분 $(x_i', y_i')_{i\in S}\in Z(S)$이 존재하여 이로써 S에 속한 적어도 한 사람의 후생을, 다른 모든 사람의 후생을 악화시키지 않으면서, 증가시킬 수 있다. 사실 1에 따라, $1\in S$이다.

집단 S를 $S_{00}\equiv\{i\in S: y_i=y_i'=0\}$, $S_{01}\equiv\{i\in S: y_i=0,\, y_i'=1\}$, $S_{10}\equiv\{i\in S: y_i=1,\, y_i'=0\}$, 그리고 $S_{11}\equiv\{i\in S: y_i=y_i'=1\}$ 네개의 부분집합으로 나누자. 각 소비자 $i\in S_{00}\cup S_{11}$는 z'에서 후생이 z에서보다 악화되지 않았으므로 $x_i'\geq x_i$. 각 소비자 $i\in S_{01}$의 경우에도 같은 이유에서 $u_i(x_i',1)\geq u_i(x_i,0)$이고, (iii)에 따라 $x_i=m_i$, $u_i(m_i,0)\geq u_i(m_i-c,1)$. 따라서 $u_i(x_i',1)\geq u_i(x_i-c,1)$이고, 결과적으로 $x_i'\geq x_i-c$. 각 소비자 $i\in S_{10}$의 경우에도 $u_i(x_i',0)\geq u_i(x_i,1)$이고 이를 (ii)의 $u_i(x_i,1)\geq u_i(x_i+c,0)$와 결합하면, $u_i(x_i',0)\geq u_i(x_i+c,0)$ 이므로 $x_i'\geq x_i+c$.

적어도 한 소비자에 대해서는 위 세 부등식이 강부등식을 이루어서 이들을 합하면

$$\sum_{i\in S}x_i' > \sum_{i\in S}x_i - c|S_{01}| + c|S_{10}|.$$

즉, $\sum_{i\in S}x_i' + c|S_{01}| + c|S_{11}| > \sum_{i\in S}x_i + c|S_{10}| + c|S_{11}|$이고 좌변의 값은,

$(x_i', y_i')_{i \in S}$가 집단 S에게 실현가능한 배분이므로, $\sum_{i \in S} m_i$와 동일하여,

$$\sum_{i \in S} m_i > \sum_{i \in S} x_i + c|S_{10}| + c|S_{11} \backslash 1|. \tag{a. 1}$$

한편, (ii) 와 (iii) 으로부터 모든 $i \in N \backslash S$에 대하여, 만일 $y_i = 1$이라면, $x_i \leq m_i - c$이고 만일 $y_i = 0$이라면, $x_i = m_i$이다. 따라서,

$$\begin{aligned} &\sum_{i \in S} x_i + c|S_{10}| + c|S_{11} \backslash 1| \\ &\qquad \geq \sum_{i \in S} x_i + c|S_{10}| + c|S_{11} \backslash 1| + \sum_{i \in N \backslash S} x_i + \sum_{i \in N \backslash S,\, y_i = 1} c - \sum_{i \in N \backslash S} m_i. \end{aligned} \tag{a. 2}$$

배분 z가 실현가능한 배분이므로

$$\sum_{i \in S} x_i + c|S_{10}| + c|S_{11} \backslash 1| + \sum_{i \in N \backslash S} x_i + \sum_{i \in N \backslash S,\, y_i = 1} c - \sum_{i \in N \backslash S} m_i = \sum_{i \in S} m_i. \tag{a. 3}$$

따라서 (a. 1), (a. 2) 그리고 (a. 3) 로부터, $\sum_{i \in S} m_i > \sum_{i \in S} m_i$라는 모순을 얻게 된다.

증명 끝.

명제 4의 증명. 임의의 envy-free 거래조건을 만족하는 배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$가 주어져 있다. N_1'에 속한 소비자들 간에 envy-free 거래조건을 만족하기 위해서는 각 소비자의 화폐이전(monetary transfer)이 동일해야 하며 이 동일한 화폐이전의 크기를 α라 하자. $N_0 \cup \{1\}$에 속한 소비자들 간에 envy-free 거래조건을 만족하기 위해서도 역시 각 소비자의 화폐이전이 동일해야 하며 이 동일한 화폐이전의 크기를 β라 하자. 그러면, 실현가능성 조건으로부터 $\beta = -\frac{n_1'}{n_0 + 1}(\alpha + c)$임을 구할 수 있다. 만약 $n_1' = 0$이라면, 증명은 여기서 끝난다. 이하에서는 $n_1' > 0$인 경우를 고려하겠다.

각 소비자 $i \in N_1'$가 $N_0 \cup \{1\}$에 속한 소비자들의 거래를 부러워하지 않는다는 것은

$$u_i(m_i + \alpha, 1) \geq u_i(m_i + \beta, 0) = u_i(m_i - (n_1'/(n_0 + 1))(\alpha + c), 0)$$

임을 뜻한다. 이는 $(-\alpha - c) \in D_i^+$임을 뜻하고, 따라서 $-\alpha - c \leq \delta_i^+$, 즉, $\alpha \geq -c - \delta_i^+$. 그러므로,

$$\alpha \geq -c - \min\{\delta_i^+ : i \in N_1\}.$$

소비자 1이 N_1에 속한 소비자들의 거래를 부러워하지 않는다는 것은

$$\begin{aligned} u_1(m_1 + \beta, 1) &= u_1(m_1 - (n_1'/(n_0 + 1))(\alpha + c), 1) \geq u_1(m_1 + \alpha, 2) \\ &= u_1(m_1 + \alpha, 1) \end{aligned}$$

임을 뜻하고, 이로부터, 아래 부등식을 얻을 수 있다.

$$\alpha \leq -(n_1'/(n_0 + n_1' + 1))c.$$

각 소비자 $i \in N_0$가 N_1'에 속한 소비자들의 거래를 부러워하지 않는다는 것은

$$u_i(m_i + \beta, 0) = u_i(m_i - (n_1'/(n_0 + 1))(\alpha + c), 0) \geq u_i(m_i + \alpha, 1)$$

임을 뜻한다. 이로부터 $(-\alpha - c) \in D_i^- \neq \varnothing$임을 알 수 있다. 따라서 δ_i^-는 잘 정의되고(well-defined), δ_i^-의 정의로부터 $\delta_i^- \leq -\alpha - c$. 즉, $\alpha \leq -c - \delta_i^-$. 따라서,

$$\alpha \leq -c - \max\{\delta_i^- : i \in N_0\}.$$

이상의 부등식들을 결합하면,

$$-c-\min\{\delta_i^{+}: i\in N_1'\}\leq \alpha \leq -c-\max[\{-((n_0+1)/(n_0+n_1'+1))c\}\cup\{\delta_i^{-}: i\in N_0\}].$$

따라서 정리에 기술된 조건들이 충분조건임은 α, δ_i^{+}, δ_i^{-}의 정의와 위의 논의로부터 자명하게 얻어진다. 증명 끝.

정리 4의 증명. 임의의 코어배분 $z\equiv(x_i,y_i)_{i\in N}$이 envy-free 거래조건을 만족하는 배분이라고 하자. 그러면 명제 3에 따라, 어떤 α가 존재하고, 각 $i\in N_1$에 대하여 $x_i-m_i=\alpha$, 각 $i\in N_0$에 대하여, $x_i-m_i=-\dfrac{n_1}{n_0+1}(\alpha+c)$, 그리고

$$-c-\min\left\{\delta_i^{+}: i\in N_1\right\}\leq \alpha \leq -c-\max\left[\left\{-\frac{n_0+1}{n_0+n_1+1}c\right\}\cup\left\{\delta_i^{-}: i\in N_0\right\}\right].$$

만일 $n_0=0$이면, 위와 명제 3 (ii) 로부터 원하는 정리 4 (i) 을 도출할 수 있다.

이제 $n_0>0$인 경우를 고려하자. 이 경우 명제 3 (iii) 으로부터 $\alpha=-c$ 임을 알 수 있고, 그 밖의 조건들은 명제 3 (ii) 로부터 얻을 수 있다.

주어진 조건이 충분조건임은 명제 3과 4로부터 자명하게 얻어진다. 증명 끝.

정리 5의 증명. 소비자 $i\in N\setminus\{1\}$가 $u_i(m_i-c,1)>u_i(m_i,0)$를 만족한다고 하자. 만약 $y_i=0$이라면 명제 3 (iii) 에 의해서 $x_i=m_i$이다. 소비자 i가 c 만큼 지불하고 정보재를 소비한다면 효용이 증가하므로 효율성에 모순되므로 $y_i=1$이어야 한다. 따라서 자발적 참여의 조건에 의해 $x_i\geq m_i-c$이며, 명제 3 (ii) 에 의해서 $x_i\leq m_i-c$이므로 $x_i=m_i-c$이 성립한다. 따라서 정리 5 (i) 이 성립한다. 정리 5 (ii) 와 (iii) 은 명제 3를 이용하여 (i) 의 증명과 같은 방법으로 증명할 수 있다. 증명 끝.

정리 6의 증명. 네 조건이 코어배분이 되기 위한 충분조건임은 앞에서 도출한

결과들로부터 자명하다. 필요조건임을 보이기 위하여 임의의 코어배분 $z \equiv (x_i, y_i)_{i \in N}$를 고려하자. 우선 z가 실현가능한 배분임으로부터, $(x_1 - m_1) + (x_2 - m_2) + \sum_{i \in N_1'} (x_i - m_i + c) + \sum_{i \in N_0} (x_i - m_i) = 0$.

명제 3에 따라, 모든 $i \in N_0$에 대하여 $x_i - m_i = 0$이므로,

$$(x_1 - m_1) + (x_2 - m_2) + \sum_{i \in N_1} (x_i - m_i + c) = 0. \tag{a. 4}$$

정리 6(i)을 증명하기 위하여, $u_i(m_i - c, 1) > u_i(m_i, 0)$이라 하자. 만약 $y_i = 0$이면, $x_i = m_i$이고 따라서 소비자 i가 c를 지불하고 정보재를 소비함으로써 더 높은 후생을 누릴 수 있고 이는 z가 효율적 배분임에 모순된다. 따라서, $y_i = 1$이다. 이제 $x_i - m_i = -c$ 임을 보이기만 하면 된다. 명제 3에 의하여 $x_i - m_i \leq -c$임을 알 수 있다. 이제 $x_i - m_i < -c$이라고 가정하자. 그러면, $\sum_{i \in N_1} (x_i - m_i + c) < 0$이므로 (a. 4)를 이용하여, $x_1 - m_1 > 0$ 혹은 $x_2 - m_2 > 0$이 성립한다. 전자의 경우를 고려하자. (후자의 경우에 대해서도 비슷한 증명을 보일 수 있다). $\alpha \equiv x_1 - m_1$이라 하고 집단 $N \setminus \{1\}$을 고려하자. 임의의 $\epsilon \in (0, \alpha)$을 잡아서 $x_2' \equiv x_2 + \alpha - \epsilon - m_2$라고 하고 모든 $i \in N_1'' \equiv \{j \in N \setminus \{1,2\} \colon y_j = 1\}$에 대하여 $x_i' \equiv x_i + \epsilon / n_1,$ 모든 $i \in N_0$에 대하여 $x_i' \equiv x_i$라고 하자. 그리고 모든 $i \in N \setminus \{1\}$에 대하여 $y_i' \equiv y_i$라고 하자. 그러면 z가 실현가능하다는 사실로부터 $(x_i', y_i')_{i \in N \setminus \{1\}} \in Z(N \setminus \{1\})$임을 보일 수 있고, 새로운 배분에서 $N_1'' \cup \{2\}$에 속한 모든 소비자들의 후생은 증가하고 N_0에 속한 모든 소비자들의 후생은 이전과 같다. 이는 집단 $N \setminus \{1\}$이 배분 z를 거부할 수 있음을 뜻하고 이는 z가 코어배분임에 모순된다. 증명 끝.

■ 참 고 문 헌

1. d'Aspremont, C. and L. Gevers, "Equity and the Informational Basis of Collective Choice," *Review of Economic Studies*, Vol. 44, 1977, pp. 199-209.
2. Edgeworth, F. Y., *Mathematical Psychics*, London, Kegan Paul, 1881.
3. Foley, D., "Resource Allocation and the Public Sector," *Yale Economics Essays*, Vol. 7, 1967, pp. 45-98.
4. Hildenbrand, W. and A. Kirman, *Equilibrium Analysis*, New York, Cambridge University Press, 1988.
5. Kolm, S. C., *Justice et Equite*, Paris, Editions du CNRS, 1972.
6. ___________, "Super-equite," *Kyklos*, Vol. 26, 1973, pp. 841-843.
7. Mas-Colell, A., Whinston, M. D. and J. R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995.
8. Nozick, R., "Distributive Justice," *Philosophy and Public Affairs*, Vol. 3, No. 1, 1973, pp. 45-126.
9. Pazner, E. A., "Pitfalls in the Theory of Fairness," *Journal of Economic Theory*, Vol. 14, pp. 458-466.
10. Pazner, E. A. and D. Schmeidler, "Egalitarian Equivalent Allocations: A New Concept of Economic Equity," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 92, 1978, pp. 671-87.
11. Schmeidler, D. and K. Vind, "Fair Net Trades," *Econometrica*, Vol. 59, 1972, pp. 509-519.
12. Thomson, W., Theory of Fair Allocation, Lecture note, University of Rochester, 1995.
13. Varian, H. R., "Equity, Envy, and Efficiency," *Journal of Economic Theory*, Vol. 9, 1974, pp. 63-91.
14. Weitzman, M., "Free Access vs Private Ownership as Alternative Systems for Managing Common Property," *Journal of Economic Theory*, Vol. 8, 1974, pp. 225-234.

Information Good and Fair Allocation

Sang-Young Sonn* · Biung-Ghi Ju**

Abstract

We consider an information good production economy with one input good, money. The production of the information good incurs a development cost and a unit copying cost. We investigate efficient and fair allocation rules. No-envy and egalitarian equivalence are two fairness criteria we investigate. We show that there is no efficient allocation rule satisfying either one of the two criteria together with a standard condition of equal division lower bound. We next consider an exchange economy where there is an agent who is initially endowed with the information good (no development required) and the information good can be copied infinitely with a given copying cost. In this economy, there do exist efficient and envy-free (in trade) allocations. Among these allocations, we characterize the ones satisfying core stability. In particular, when there is an agent who does not consume the information good, these allocations are essentially unique and coincide with competitive equilibrium allocations. Finally, when there is a possibility of recopying or when there are multiple information good suppliers, we show that core allocations are essentially unique and envy-free (in trade).

Key Words: information good, no-envy, core

* Senior Research Fellow, KISDI
** Assistant Professor, Department of Economics, Korea University