

線型計劃의 實際的適用에 關한 研究

(光州市內 S會社의 資料와 그 製品 X財關聯財產業
聯關表를 利用한)

吳 昌 桓

全南大學校商科大學教授

目 次

- 一. 問題의 提起
- 二. 微視的適用
 1. 制約條件式의 決定
 2. 目的函數式의 決定
 - (ㄱ) 統計處理
 - (ㄴ) 線型計劃에의 適用
 3. 線型計劃 model
 - (ㄱ) 原資材 最適利用計劃
 - (ㄴ) 政策의 目標設定 (1)
 - (ㄷ) 政策의 目標設定 (2)
 - (ㄹ) 政策의 目標設定 (3)
- 三. 巨視的適用
 1. model 形成
 2. 計算과 그 整理
- 四. 結 論

一. 問題의 提起

人間의 經濟行爲는 그 모두가 交換行爲인 것이다. 財貨와 財貨, 財貨와 貨幣, 貨幣와 貨幣의 交換 그것이 바로 經濟生活의 實體인 것이다. 交換行爲는 經濟主體에 依해서 行하여 지기 때문에 어떠한 目的意識에 依해서 支配되어야 한다. 다시말해서 經濟主體는 經濟活動을 一定한 計劃에 立脚해서 運營하고 이것을 全體關聯的으로 統轄해야하는 것이다. 이때 支配하는 것이 配分原理인 것이다. 個個의 經濟行爲는 交換形態로서 營爲되나¹⁾ 그 行爲의 秩序構造가 바로 配分인 것이다. 配分을 더욱 具體的으로 表現하면 資力配分(或은 資源配置)이라고 할수있다. 資力配分이란 概念이 秩序로서의 經濟行爲의 全體性을 表現한 以上 人間의 經濟行動에 關한 諸法則으로서 理論上 이것과 無關聯的으로 叙述할 수 있는 것은 全然없다고 할 수가 있을 것이다. 從來의 經濟學說中에는 經濟의 바탕이 資力配分인데도 마

1) Schumpeter, J.A., "Das Wesen und der Hauptinhalte der theoretischen Nationalökonomie, (「理論經濟學の本質と主要內容」木村健康, 安井琢磨共譯 1963)

치選擇이 經濟의 바탕인것 처럼 取扱된 것이 있다. 例컨데 M.E. Léon Walras에 原型을 보는 均衡理論에 있어서는 그 主體를 이루는 것이 消費者의 選擇理論과 生産者의 選擇理論인 것을 보더라도 알수가 있는 것이다. 그러나 消費者가 그 所得으로서 어떤種類的의 財貨를 어느만큼 選擇할 것인가 하는 問題는 그것을 反對的으로 解釋한다면 어떤種類的의 財貨의 어느만큼의 量에 所得을 配分할 것인가 하는 問題이며 또 生産者가 그 資本을 가지고서 어떤種類的의 生産手段을 어느만큼 選擇할 것인가 하는 問題는 그것을 反對的으로 表現하면 어떤種類的의 生産手段의 어느만큼의 量에 그 資本을 配分할 것인가 하는 問題라고 할수 있을 것이다. 이러한 選擇과 配分の 問題는 近代理論의 動向이 價格分析으로부터 所得分析에 그重點이 移行되고 經濟의 生理學에서 經濟의 解剖學으로 方向이 바뀌짐에 따라 消費者計劃 生産者計劃과 같이 計劃이란 말속에 融合吸收되었다. 그 典型的인 例로서 G.B. Dantzig, J.C. Koopmans²⁾의 活動分析, 그리고 W.W. Leontief³⁾의 投入產出分析을 들수가 있다.

活動分析의 中心的인 問題는 資源의 配置와 計劃의 選擇의 問題이며 投入產出分析은 産業部門間的 投入產出의 關係에 關한 理論이고 各個의 産業部門의 活動水準에 對하여 最終財需要構成變化가 끼치는 影響을 數字的으로 測定하는 經驗的基礎를 提供한다. 이것 역시 資源의 配置와 計劃의 選擇問題에 關聯되고 있다. 따라서 兩者間에는 多少의 差異點도 있으나 아주 共通點이 많다고 할수 있다. 첫째로 前者는 生活經營 企業經營에 있어서는 經濟原則을 찾는다고 하는 意味에 있어서 微視的인 資源配置와 計劃選擇問題인데 對하여 後者는 國民經濟的인 觀點에서 國民經濟內部的 各産業活動이 相互的으로 聯關하고 있는 樣相을 基礎로한 巨視的인 資源配置와 計劃選擇問題를 對象으로 하고 있고 둘째로 前者에 있어서는 1次不等式或은 等式으로 表現된 制約條件式을 利用하여 1次式으로 表現된 目的函數의 最大值 或은 最小值를 求하는데 對하여 後者에 있어서는 目的函數式없이 1次均衡方程式만으로 表現된 體系를 利用한다고 하는 點이 그 主要한 差異點이다. 그러나 兩者 다 같이 그方程式이 線型이며 前者에 있어서 使用되는 分析武器인 線型計劃⁴⁾을 後者에도 適用시킬수 있다고 하는 點에서 그 큰 共通點을 찾을수가 있는 것이다.

第2次大戰以後에 急激히 發展되었고 오늘날에는 微視分野에서는 企業의 合理的이고 科學的運營에 不可缺의 分析武器가 되고 있을 뿐만아니라 巨視分野에서 資源動員計劃의 主要한 分析武器가 되고 있는 線型計劃은 從來의 古典的인 限界分析을 主內容으로 하는 經濟理論이 內包하고 있는 矛盾點⁵⁾을 補完하고 있는 보다 一般的인 分析武器라고 할수있다. 線型計劃의 分析武器로서의 有用性은 認識하고도 남음이 있다. 그러나 그것은 어디까지나 理論的인 面에서만 그렇다고 할수있는 것이며 그것이 實際的으로適用되는 경우에는 여러가지 制約點에 達着하게 되는 것이다. 따라서 線型計劃을 보다 實際的으로 有用한 分析武器로 하기 위해서는 그러한 制約點이 克服되어야 할 것이다.

本論文에서는 線型計劃의 實際的適用問題를 微視面과 巨視面으로 나누어서 考察하기로 한

2) Koopmans, T.C(ed), "Activity Analysis of Production and Allacation," Bloomington 1951.

3) Leontief, W.W., "The Structure of American Economy, 1919~39," Cambridge, U.S.A, 1941.

4) Dorfman, R., "Application of Linear Programming to the Theory of Firm," Berkekey 1951.

Charnes, A., Cooper W.W., "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming," John Wiley & Sons, Inc. 1967.

其他 參考文獻에 關해서는 拙著 "線型經濟學" 高麗大學出版部 1972.

5) 이 點에 關한 具體的인 說明은 拙稿 "全南製造業의 線型計劃分析" 省谷論叢第2輯 1971 pp.532~546 參照.

다. 그것을 위해서 微視的으로는 光州市內 S 會社의 71年의 實際의인 資料를 利用할 것이며 巨視的으로는 同會社의 製品인 X_1 , X_2 , X_3 財의 聯關財產業聯關表를 韓銀刊 66年度 1.0表에서 作成하여⁶⁾ 그것에 線型計劃을 適用시킬라고 한다. 그경우에 첫째로 線型計劃은 數學的 Model을 對象으로 한다. 따라서 取扱하는 量은 全部 科學的이고 根據있는 數値로 表示되어야 할 것이다. 이러한 點을 勘案해서 微視的으로 S 會社의 製品인 X_1 , X_2 , X_3 財의 生産量과 個當利潤의 關係를 最小自乘法에 依해서 求했고 그것을 그대로 目的函數式으로 表現하였다. 그리고 制約條件式⁷⁾을 作成하는데는 同會社의 企劃管理室에서 作成한 原資材配合表에 統計處理를 加하였다. 이 경우에 最小自乘法에 依해서 얻은 財貨의 生産量과 個當利潤의 關係式을 同時에 그대로 目的函數式에 넣었을 때 그것에 Simplex 法을 適用하는 方法이 새로히 開發되지 않으면 안되었다. 둘째로 線型計劃을 I.O.表에 適用시키는 데는 무엇을 目的函數式으로 設定되어야 하며, 또 어떤 資源이 制約條件으로 追加되어야 하며, 또 그것을 어떻게 表現해야 할 것인가 하는 問題가 開發되어야 했다. 세째로 微視的適用에 있어서는 計算이 比較的簡單하므로 手動式電子計算機⁸⁾를 使用하면서 直接 計算했고 現實에 알맞게 하나의 model에서 얻은 結果에 對하여 세로히 政策的目標式⁹⁾을 導入하면서 model을 變更해야 하겠고 巨視的適用에 있어서는 變數가 너무나 많고 制約條件式이 방대해서 不可不 Computer를 利用해야 만이 되었다.

以上은 本論文에서 筆者가 取하고 있는 方法論의 大綱이다. 本論文이 目的하는 바는 이러한 方法論을 통해서 線型計劃을 實際的으로 適用¹⁰⁾하는 하나의 具體的인 試案을 提示하는데 있다. 따라서 以下에서는 여러가지의 統計處理가 이루어지고 있으나 重點은 거기에 있는 것이 아니라 統計處理에서 얻은 資料를 어떻게 線型計劃에 利用하고 그것을 어떻게 計算해 내는가에 重點이 있다.

二. 微視的適用

1. 制約條件式的 決定

S 會社의 企劃管理室에서 얻은 原資材配合表와 會計課에서 얻은 71年度 決算報告書에 依하여 同會社의 製品을 大別하면 X_1 財, X_2 財, X_3 財의 3種인데 이것을 各製品別로 細分하면 X_1 財는 129種, X_2 財는 48種, X_3 財는 36種으로 나눌수가 있고, 同財貨를 製造하는데 所要되는 輸入原資材 A, B, C, D, E, F, 國產原資材 G의 所要量, 그리고 各製品別의 生産量은 各各 다르다. 따라서 細分된 製品 全部를 計劃속에 包含시키기는 너무나도 그 計劃이 방대해지기 때문에 어떠한 單純化作業을 實施해야 했다. 그것을 위해서 各製品의 生産量의 生産比重을 加重値로 使用하기로 했다. 이러한 觀點에서 各製品中 比重이 큰 製品을 選定한 結

6) 作成要領에 關해서는 前掲 全南製造業의 線型計劃分析. pp.579~586參照.

7) 이 論文에서 作成한 制約條件과 目的函數式과는 全然다른 方法을 利用하여 問題를 展開시킨것이 바로 前掲 全南製造業의 線型計劃分析인 것이다.

8) 나의 研究上の 隘路를 打開하기 위해서 나 個人에게 手動式電子計算機 Canola 141을 寄贈한 교포 大升久介氏에게 여기에서 깊이 感謝의 말씀을 올린다.

9) 線型計劃에 政策的目標을 設定하는 問題에 關해서는 拙稿, “線型計劃에 있어의 政策的目標設定問題” 韓國統計學會誌 第1輯 1972年 12月 參照.

10) 線型計劃의 實際的適用에는 이以外에 game 理論에 까지 미치지 않으면 안될것이다. 그러나 여기에서는 game 理論에 關해서는 取扱하지 않겠다.

果 X_1 財에 있어서는 7개製品, X_2 財에서는 6개製品, X_3 財에서는 1개製品¹¹⁾였고, 그에 따른 原資材所要量, 生産量 生産比重은 표 1과 같다. 이경우 예컨대 X_1 財의 原資材 A의 所要量은 $\frac{\sum A_{xi}}{7} \times 0.6084$ 에 의해서 얻었다. 이것을 具體的으로 表現하면

$$(2690 + 10556 + 8900 + 19022 + 18657 + 20315 + 25314) \div 7 \times 0.6084 = 9165.5$$

와 같다. 표 1의 各財의 原資材所要量の 加重平均値는 以上과 같은 節次에서 얻은 것이다.

<표 1>

各製品의 資材原料所要量

(單位: gr)

原資材		A	B	C	D	E	F	G	(個) 生産量	(%) 生産比重
製品										
X ₁ (種類 129)	X ₁₁	2,690	871	621	200	1,818	345	565	74,526	25.31
	X ₁₂	10,556	1,957	3,324	902	5,799	864.5	1,649.5	11,584	3.93
	X ₁₃	8,900	4,500	2,885	784	5,942	848.6	2,537	10,209	3.47
	X ₁₄	19,022	494	3,606	1,348	8,871	1,610	2,334	11,831	4.02
	X ₁₅	18,657	505	4,657	1,348	8,688	812.5	2,622	30,626	10.40
	X ₁₆	20,315	659	4,619	1,572	9,325	1,320	2,861	23,726	8.06
	X ₁₇	25,314	796	5,332	1,507	11,683	1,588	3,473	16,651	5.65
計		105,454	9,782	25,044	7,661	52,126	7,388.6	16,041.5	—	60.84
加重 平均	重 値	9,165.5	850.2	2,176.7	665.9	4,530.5	642.2	1,394.2	—	—
X ₂ (種類 48)	X ₂₁	—	565	—	—	270	127	38	24,971	17.25
	X ₂₂	—	1,244	—	—	595	279	82	6,879	4.75
	X ₂₃	—	1,598	—	—	728	356	118	15,821	10.93
	X ₂₄	—	1,865	—	—	892	418	125	20,794	14.37
	X ₂₅	—	2,318	—	—	1,108	520	154	14,522	10.03
	X ₂₆	—	2,522	—	—	1,243	567	168	7,839	5.42
計		—	10,112	—	—	4,836	2,276	685	—	62.75
加重 平均	重 値	—	1,057.5	—	—	505.8	237.1	71.6	—	—
X ₃ (種類 36)	X ₃₁	—	—	—	—	—	—	—	2,030	4.17
	X ₃₂	181	411	—	—	274	2	632	10,379	21.32
	X ₃₃	—	—	—	—	—	—	—	5,171	10.62
	X ₃₄	—	—	—	—	—	—	—	6,731	13.82
加重 平均	重 値	181	411	—	—	274	2	632	—	—

資料: S 會社企劃管理室, 原資材配合表와 會計課, 71年度決算報告書

이것에 의해서 制約條件式的 投入技術條件에 關한 部分은 解決되었다. 이번에는 制約條件式的 制約量에 關한 部分을 決定해야 한다. 이것을 위해서 同社의 71年度 決算報告書에 의해서 原資材受拂狀況을 求했다. 그것이 표 2인 것이다.

11) 同社管理室當局에 X_3 財는 同社製品中에서 販賣量에 있어서 큰 比重을 차지 하지 않을 뿐만 아니라, 仔細한 原資材配合表가 準備되지 않고 있다고 한다. 그리고 各製品에 따른 原資材配合量은 큰 差異가 없고, 大體的으로 X_{32} 製品이 X_3 財의 標準型이 된다고 하기에 그 原資材配合量을 그대로 X_3 財의 그것으로 했다.

<표 2>

原 資 材 受 拂 狀 況

(單位: kg)

原 資 材	實 情				
	期 初	受 入	計	拂 出	期 末
A	25,773.2	3,882,789.2	3,908,562.4	3,826,839	81,723.4
B	124,549.9	17,808.73	1,905,422.9	1,750,356	155,066.9
C	21,895	799,950.4	821,845.4	811,764	10,081.4
D	11,605.44	266,041.8	277,646.24	275,196.24	2,450
E	150,175.39	2,086,709.1	2,236,884.49	2,091,500.75	145,383.74
F	81,776.18	861,284.7	943,060.88	872,988.715	70,072.165

資料: S 會社 71年度 決算報告書

이경우 國產原資材 G는 國內에서 아무런 制限없이 調達할수있는 것으로 判斷하며 制約條件式에서 除外하기로 했고, 外換事情에 依해서 入手에 크게 制約을 받는 輸入原資材만 制約條件式에 나타나겠금했다.¹²⁾ 同社의 71年度 原資材所要量은 표2에 依해서 「拂出」欄에 나타나고 있다. 그러나 線型計劃에서는 原資材의 最大利用可能性이 問題視되기 때문에 「期初」와 「受入」의 合計를 制約量으로 할 수 있으나 이것은 年間이므로 月間으로 制約量을 表示하기 위해서 各各 1/12했다.

표1과 표2의 結果를 綜合한 것이 표3이며 이경우 표1에서 使用되고 있는 單位 gr를 표2에 使用한 單位 kg에 一致시키기 위해서 單位調整을 했다.

<표 3>

制 約 條 件 式

(單位: kg)

製 品 資 材	製 品			制 約 量	
	X ₁	X ₂	X ₃	(年 間)	(月 間)
A	9.1655	—	0.181	3,908,562.4	325,713.5333
B	0.8502	1.0575	0.411	1,905,422.9	158,785.2417
C	2.1767	—	—	821,845.4	68,487.1167
D	0.6659	—	—	277,646.24	23,137.1867
E	4.5305	0.5058	0.274	2,281,883.49	190,156.9575
F	0.6422	0.2371	0.002	943,060.88	78,588.4067
G	1.3942	0.0716	0.632	無 制 限	—

只今 X₁財 X₂財 X₃財의 各生産量을 x₁ x₂ x₃로 表示하고, 國產原資材 G에 關한 關係式은 制約條件式에서 除外하고, 또 目的函數式決定에서 明白히 해지는바와 같이 線型計劃問題는 最大值問題임으로 第1次的으로 制約條件式을 다음과 같이 表現할수가 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{s.t. } & 9.1655x_1 + 0.181x_3 \leq 325713.5333 \\
 & 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 \leq 158785.2417 \\
 & 2.1767x_1 \leq 68487.1167 \\
 & 0.6659x_1 \leq 23137.1867 \\
 & 4.5305x_1 + 0.5058x_2 + 0.274x_3 \leq 190156.9575
 \end{aligned}$$

12) 이러한 判斷은 線型計劃의 制約條件式의 本質에 따라 正當視된 것이다.

$$0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 \leq 78588.4067$$

이 경우 第3式과 第4式은 各各

$$x_1 \leq 31463.7375, \quad x_1 \leq 34745.7375$$

로 表現할수가 있다. 이때 앞식은 뒤식보다 x_1 의 範圍를 더 强하게 制約하고 있다.¹³⁾ 바꿔 말하면 뒤식은 制約條件式으로 앞식보다 作用의 힘이 弱하다고 할수있다. 따라서 뒤식을 制約條件式에서 除外하고 이러한 制約條件式과는 別途로 非負條件式을 追加한다면 窮極的으로 制約條件式¹⁴⁾은

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & 9.1655x_1 + 0.181x_3 \leq 325713.5333 \\ & 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 \leq 158785.2417 \\ & 2.1767x_1 \leq 68487.1167 \\ & 4.5305x_1 + 0.5058x_2 + 0.274x_3 \leq 190,156.9575 \\ & 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 \leq 78588.4067 \\ & x_1 \leq 0, \quad x_2 \leq 0, \quad x_3 \leq 0 \end{aligned}$$

2. 目的函數式的 決定

(一) 統計處理

S會社의 71年度 決算報告書에 依해서 표 4와 같은 月別生産量 및 原價 그리고 月別販賣量 및 販賣價額과 單價에 關한 資料를 얻었다. 이 資料를 利用하여 X_1 , X_2 , X_3 財의 生産量과 個當利潤의 一次, 二次關係式을 最小自乘法에 依하여 求한것이 표5, 표6, 표7인것이다.

<표 4> 1971년도 월별 판매량 및 금액(판매가)과 평균단가

月別	X_1			X_2			X_3		
	數 量	金 額	平均單價	數 量	金 額	平均單價	數 量	金 額	平均單價
1	14,654	140,817,916	9,610	6,425	6,526,869	1,016	832	375,320	451
2	14,946	171,606,799	11,482	7,340	8,186,328	1,115	1,513	673,542	445
3	17,746	220,701,498	12,437	8,224	10,524,657	1,280	1,670	741,619	444
4	18,176	229,723,828	12,639	14,217	19,465,474	1,369	1,441	999,571	694
5	29,218	339,658,317	11,625	16,066	20,594,455	1,282	8,617	6,468,178	751
6	26,547	304,937,604	11,487	12,295	15,728,884	1,279	7,610	3,800,698	499
7	27,228	280,771,337	10,312	11,212	13,802,206	1,231	3,828	1,185,231	310
8	25,118	264,980,263	10,549	9,046	12,419,524	1,373	2,040	946,401	464
9	24,066	280,196,437	11,643	14,558	18,511,412	1,272	2,907	976,412	336
10	26,056	285,460,275	10,955	11,924	15,873,771	1,331	2,884	1,404,297	487
11	23,321	265,639,728	11,391	10,388	15,569,166	1,499	5,387	5,470,294	1,015
12	37,340	383,189,281	10,262	21,824	25,413,280	1,164	7,504	3,527,859	470
計	284,418	3,167,683,281	11,137	143,519	182,616,026	1,272	46,233	26,569,422	575

13) 數學的으로는 $x_1 \leq 377564.85$ 가 $x_1 \leq 416948.85$ 를 支配하고(dominate) 있다고 할수있다.

14) 여기에서 나타나고 있는 各變數의 係數는 生産技術係數이며 그것은 그 하나 하나가 具體的이고 實際的인 뜻을 가진다. 이것과 對照의인 것이 限界生産力遞減의 法則을 前提로해서 人爲的으로 假想的으로 作成된 生産函數表인 것이다. 그러한 意味에서 線型計劃法이 더욱 具體的이고 實際的이라고 할수가 있다.

1871년도 월별 생산량 및 금액(원가)

月 別	X ₁		X ₂		X ₃	
	數 量	金 額	數 量	金 額	數 量	金 額
1	19,080	195,931千	6,990	8,865千	1,880	277千
2	15,544	166,239	7,769	8,347	3,090	1,033
3	21,425	211,924	10,453	13,105	3,812	1,312
4	19,401	227,479	11,489	12,958	5,369	1,854
5	25,739	234,613	13,956	15,399	5,712	1,866
6	26,603	238,113	13,363	14,221	6,086	1,573
7	29,550	288,767	10,763	10,557	2,684	698
8	25,727	261,209	8,583	9,797	3,512	1,339
9	30,409	306,887	14,586	16,193	4,940	1,366
10	22,613	230,758	14,962	12,290	3,522	1,291
11	24,151	263,355	15,014	15,411	3,589	1,370
12	34,236	344,390	16,723	19,598	4,490	1,893
計	294,474	2,969,665千	144,723	156,741千	48,691	15,872千

資料: S 會社 71年度決算報告書

<표 5>

X₁財의 生産量(x₁)과 個當利潤(y_{x1})의 關係式

1. 一次式

$$13526 = 12a + 334400b$$

$$3346105 = 3344a + 75342800b$$

$$a = 466.1511 \quad b = 0.023715$$

$$y_{x1} = 466.1511 + 0.023715x_1$$

$$\gamma_{x1} = 0.289$$

2. 二次式

$$13526 = 12a + 334400b + 7534280000c$$

$$3346105 = 3344a + 75342800b + 2010633360000c$$

$$847821447 = 753428a + 20106333600b + 552905794520000c$$

$$a = 462.1396 \quad b = 0.023761 \quad c = 8.2(10^{-9})$$

$$y_{x1} = 462.1396 + 0.023761x_1 + 8.2(10^{-9})x_1^2$$

<표 6>

X₂財의 生産量(x₂)과 個當利潤(y_{x2})의 關係式

1. 一次式

$$1884 = 12a + 145000b$$

$$267536 = 1450a + 18639000b$$

$$a = -274.0091 \quad b = 0.035671$$

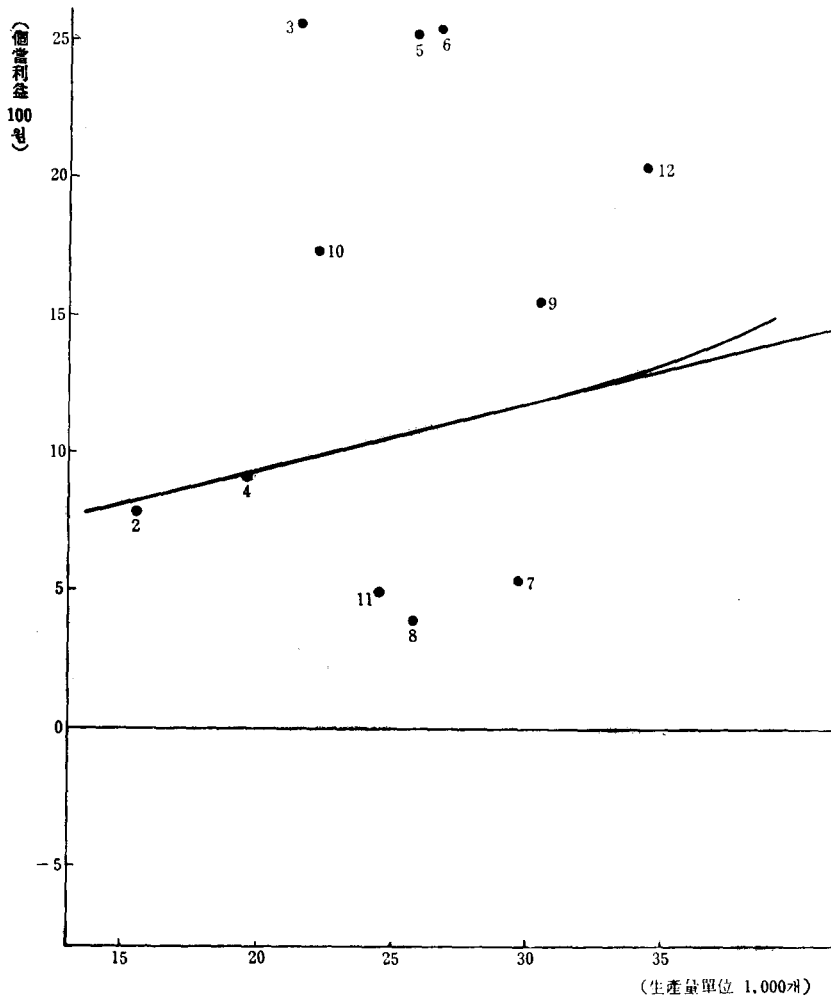
$$y_{x2} = -274.0091 + 0.035671x_2$$

$$\gamma_{x2} = 0.05$$

2. 二次式

$$\begin{aligned}
 1884 &= 12a + 145000b + 1863900000c \\
 267536 &= 1450a + 18639000b + 253320820000c \\
 378978 &= 1863.9a + 25332082b + 354360206800c \\
 a &= 83.6363 \quad b = -0.024926 \quad c = 2,411(10^{-6}) \\
 y_{x21} &= 83.6363 - 0.024926x_2 + 2,411(10^{-6})x_2^2
 \end{aligned}$$

<Fig.1> X_1 財의 生産量(x_1)과 個當利潤(Y_{x1})의 關係



<표 7>

 X_3 財의 生産量(x_3)과 個當利潤(y_{x_3})의 關係式

1. 一次式

$$2522 = 12a + 48700b$$

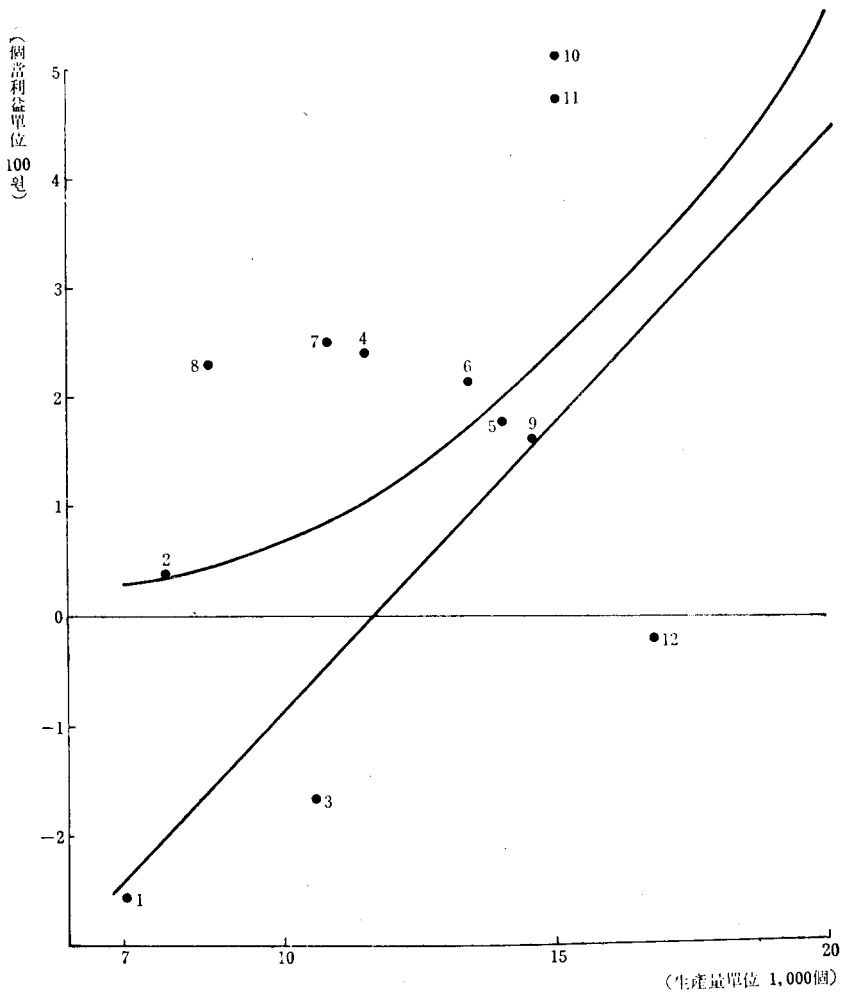
$$107001 = 487a + 2155300b$$

$$a = 104.6786 \quad b = 0.025913$$

$$y_{x_3} = 104.6786 + 0.025913 x_3$$

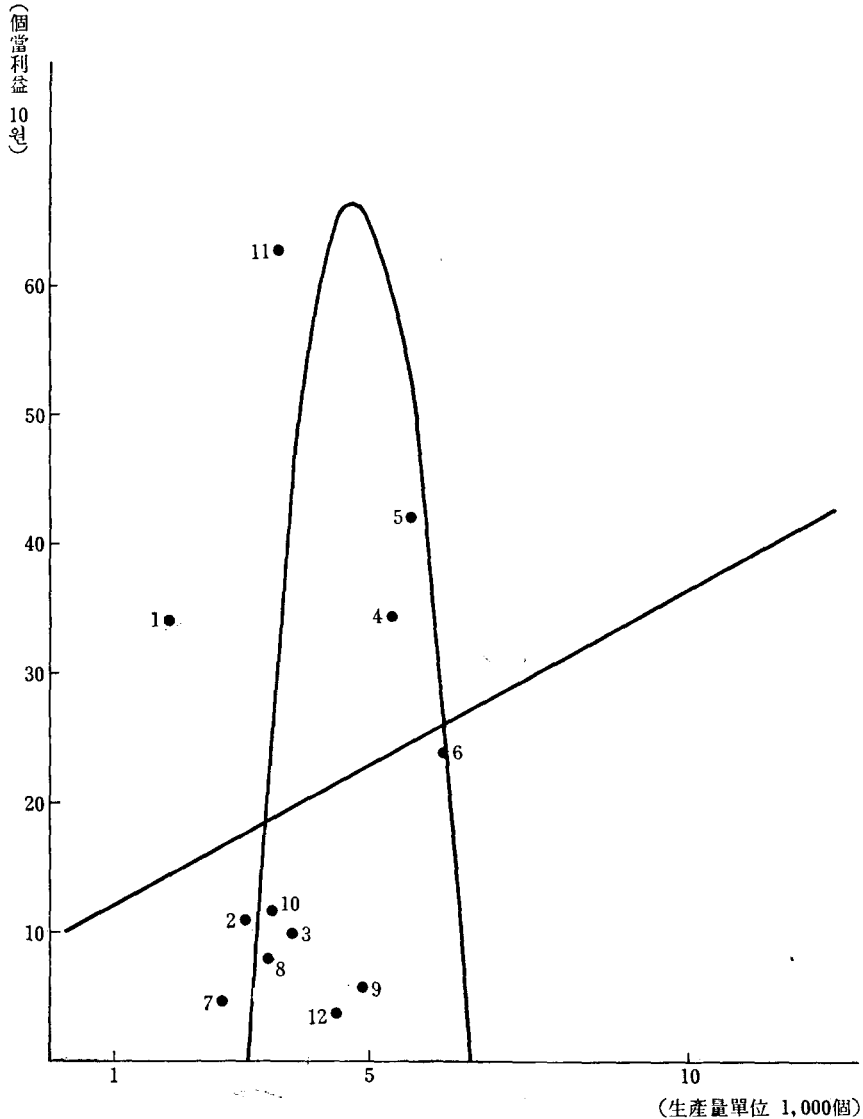
$$r_{x_3} = 0.567$$

<Figure 2>

 X_2 財의 生産量(x_2)과 個當利潤(y_{x_2})의 關係

2. 二次式

$$\begin{aligned}
 2522 &= 12a + 48700b + 215530000c \\
 107001 &= 487a + 2155300b + 10435760000c \\
 1055429 &= 21553a + 104357600b + 521651850000c \\
 a &= -4471.154 \quad b = 2.14942 \quad c = -2.25(10^{-4}) \\
 y_{x_3} &= -4471.154 + 2.14942x_3 - 2.25(10^{-4})x_3^2
 \end{aligned}$$

<Fig. 3> X_3 財의 生産量(x_3)과 個當利潤(Y_{x_3})의 關係

<표 8>

 X_1 財의 關係式에 對한 檢證

關係式 一次式: $y_{x1} = 466.1511 + 0.023715 x_1$
 二次式: $y_{x21} = 462.1396 + 0.023761 x_1 + 8.2(10^{-9})x_1^2$

月	生産量 x_{1i}	個當利潤 y_{1i}	計 算 值		偏 差	
			y_{y11}	y_{y11}	$y_{x11} - y_{1i}$	$y_{x11} - y_{1i}$
1	19,100	-659	919.1076	918.966142	1,578.1076	1,577.966142
2	15,500	784	833.7336	832.40515	49.7336	48.40515
3	21,400	2,546	973.6521	974.380272	-1,572.3479	-1,571.619728
4	19,400	914	926.2221	926.189152	12.2221	12.189152
5	25,700	2,510	1,075.6266	1,078.213318	-1,434.3734	-1,431.786682
6	26,600	2,536	1,096.9701	1,099.984192	-1,439.0299	-1,439.0299
7	29,600	540	1,168.1151	1,172.649712	628.1151	632.649712
8	25,700	396	1,075.6266	1,078.213318	679.6266	682.213318
9	30,400	1,551	1,187.0871	1,192.052112	-363.9129	-358.947888
10	22,600	1,719	1,002.1101	1,003.326432	-716.8899	-715.673568
11	24,200	486	1,040.0541	1,041.958048	554.0541	555.958048
12	34,200	203	1,277.2041	1,284.356848	1,074.2041	1,081.356848
(Chi-square test)					7,428.7814	7,521.9531

<표 9>

 X_2 財의 關係式에 對한 檢證

關係式 一次式: $y_{x21} = -274.0091 + 0.035671 x_2$
 二次式: $y_{x2x1} = 83.6363 - 0.024926 x_2 + 2.411(10^{-6})x_2^2$

月	生産量 x_{2i}	個當利潤 y_{2i}	計 算 值		偏 差	
			y_{x21}	y_{x2x1}	$y_{x21} - y_{2i}$	$y_{x21} - y_{2i}$
1	7,000	-252	-24.3121	27.2933	227.688	279.2933
2	7,800	41	4.2247	35.89874	-36.7753	-5.1013
3	10,500	165	100.5364	87.72605	-64.4636	-77.2395
4	11,500	241	136.2074	115.84205	-104.7926	-125.5795
5	14,000	179	225.3849	207.2283	46.3849	28.2283
6	13,400	215	203.9823	182.54706	-11.0177	-32.45294
7	10,800	250	111.2377	95.65454	-138.7623	-154.34546
8	8,600	232	32.7615	47.59026	-199.2385	-184.40974
9	14,600	162	246.7875	233.64546	84.7875	71.64546
10	15,000	510	261.0559	252.2213	-248.9441	-257.7787
11	15,000	473	261.0559	252.2213	-211.9441	-220.7787
12	16,800	-2	325.2637	345.36014	327.2637	347.36014
Chi-sqaure test					-53,129.9856	-60,020.935

<표 10>

 X_3 財의 關係式에 對한 檢證

關係式 一次式: $y_{x31} = 104.6786 + 0.025913 x_3$
 二次式: $y_{x31} = -4471.154 + 2.14942 x_3 - 2.25(10^{-4})x_3^2$

月	生産量 x_{3i}	個當利潤 y_{3i}	計 算 值		偏 差	
			y_{x31}	y_{x31}	$y_{x31} - y_{3i}$	$y_{x31} - y_{3i}$
1	1,900	304	154.0653	-1199.506	-149.9347	-1,503.506
2	3,100	111	185.2569	29.798	74.2569	-81.202
3	3,800	100	203.452	447.642	103.452	347.642
4	5,400	349	245.0408	574.714	-103.9592	225.714
5	5,700	424	252.8387	470.290	-171.1613	46.29
6	6,100	240	263.2359	268.058	23.2359	28.058
7	2,700	50	174.8597	-307.97	124.8597	-357.97
8	3,500	83	195.6541	295.566	112.6541	212.566
9	4,900	59	232.0443	658.754	173.0443	599.754
10	3,500	120	195.6541	295.566	75.6541	175.566
11	3,600	634	198.2534	350.758	-435.7464	-283.242
12	4,500	48	221.6471	644.986	173.6471	596.986
Chi-square test					2,280.5517	2,5870.4605

그것을 一次式 二次式에 關해서 graph에 表示한 것이 Fig 1, Fig 2, Fig 3인 것이다. 이와 같이해서 얻은 各財의 一次, 二次關係에 關해서 計算値와 偏差를 算定한 것이 표8, 표9, 표10인 것이다.

이러한 表 全般에 나타나고 있는 것을 綜合해보면 첫째로 一次式에서 얻는 相關係數 r 가 一般의로 낮고 둘째로 一次式, 二次式에서 나타난 偏差가 크다는 點을 指摘할수가 있다. 이것은 얻은 關係式의 未備에서 오는 結果라고 하기보다 그에 앞서서 주어진 資料의 未備에서 나오는 結果라고 할수가 있다. 資料에 關해서 말할 수 있는 點은 첫째로 過去 5~6年 間의 資料를 利用할수 있었다면 더욱 正確하고 實際에 가까운 關係式을 얻을수 있을 것으로 본다. 그리고 이것이 不可能한 경우에는 移動平均法에 依해서 좀더 正確한 數値를 얻을 수 있도록 70年 10月 頃부터 72年 2月 頃까지의 資料라도 마련되었어야 할것이다.¹⁵⁾ 둘째로 S會社의 製品을 X_1 X_2 X_3 財로 大別하고 있으나 實은 이미 言及한 바와 같이 各財는 아주 많은 製品으로 細分되고 그 各各이 各各 다른 生産量과 個當利潤關係를 가지고 있다. 이것을 單一財로 取扱하고 單하나의 一次式 二次式의 關係式을 構成하는데 無理가 있는 것으로 본다. 세째로 關係職員의 말을 引用하면 1月과 12月에는 在庫를 매지 않도록 하기 위해서 價格引下를 하게되고 경우에 따라서는 個當損害를 보면서 販賣한다고 한다. 이러한 現象이 資料속에 個當利潤이 負値를 取하고 있는 原因인 것이다. 이것이 關係式에 反映되고 있는

15) 이것은 到底히 不可能한 것으로 본다. 왜냐하면 企業으로서는 그것이 企業自體에 利益을 준다 하더라도 企業內部의 일은 外部人에게 公開하는 것을 싫어하기 때문이다. 여기에서 利用한 資料도 S會社 幹部 모르게 私的으로 提供해 준것이다. 이것은 端的으로 表現하면 企業經營의 前近代性을 뜻하는 것이고 科學的이고 合理的인 管理에 對해서는 全然無關心하고 오히려 忌避하는 現象까지 나타나고 있다. 從來의 經營에서 얻은 經驗을 土氣로해서 주며 九九式의 直感的經營을 하고있는것이 오늘날의 一部韓國企業의 現實일 것이다.

것으로 본다.¹⁶⁾ 이러한 點으로 미루어 봐서 資料가 지니고 있는 本源의 缺陷이 關係式에 나타났다고 볼수있다. 더구나 各製品에 關해서 一次式 二次式을 形成했을때 그 偏差關係를 利用하여 Chi(X) square 分布를 算定한 결과 一般的으로 一次式이 二次式보다 더 正確하다고 할수있다. 이것은 資料의 未備에서 오는 結果라고 할수있다.

最小自乘法에 依해서 求한 一次式 二次式이 生産量과 個當利潤의 實際的關係를 正確히 나타내지 않고있다면 問題性이 內包되고 있다고 할수있다.¹⁷⁾ 그러나 이미 問題의 提起에서 指摘한바와 같이 本論文의 目的은 統計處理를 하는 大體의인 方法과 그 結果를 利用하여 實際的으로 線型計劃을 適用하는 方法을 提示하는데 있는 것이다. 따라서 統計處理에서 얻은 關係式을 이미 주어진 與件으로 取扱하여 繼續 問題를 展開하기로 한다.

X_1 X_2 X_3 財는 相互的으로 關聯財의 性格을 가지고 있다. S會社에서는 X_1 X_2 X_3 財를 結合生産하고 있는 實情이다. 이러한 三製品사이의 相關關係를 보기 위해서 표11과같이 單相關係數, 重相關係數, 偏相關係數를 算出했다. 그러한 相關係數에 나타나고 있는 樣相은 大體的으로 相關關係가 높다고하는 事實을 말해주고 있다.¹⁸⁾

<표 11>

1. 單相關係數

$$r_{x_1x_2} = \frac{115,593,993.44}{\sqrt{(28,596,0009)(112,039,054.28)}} = 0.6458$$

$$r_{x_1x_3} = \frac{21,018,481.08}{\sqrt{(285,960,0099)(17,952,849.48)}} = 0.9277$$

$$r_{x_2x_3} = \frac{25,628,429.6}{\sqrt{(112,039,054.28)(17,952,849.48)}} = 0.5715$$

2. 重相關係數 = $r_{x_1x_2x_3}$

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0.6458 & 0.9277 \\ 0.6458 & 1 & 0.5715 \\ 0.9277 & 0.5715 & 1 \end{vmatrix} = 0.0805$$

$$R_{x_1x_1} = 1 - (0.5715)^2 = 0.6734$$

$$r_{x_1x_2x_3} = \sqrt{1 - \frac{0.0805}{0.6734}} = 0.938$$

3. 偏相關係數

(1) X_3 을 背景으로한 X_1 , X_2 의 偏相關係數

$$r_{x_1x_2x_3} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{x_1x_3} \cdot r_{x_2x_3}}{\sqrt{1 - r_{x_1x_3}^2} \sqrt{1 - r_{x_2x_3}^2}} = \frac{0.6458 - (0.9277)(0.5715)}{\sqrt{1 - (0.9277)^2} \sqrt{1 - (0.5715)^2}} = 0.37747$$

(2) X_2 를 背景으로한 X_1 , X_3 의 偏相關係數

$$r_{x_1x_3 \cdot x_2} = \frac{r_{x_1x_3} - r_{x_1x_2} \cdot r_{x_2x_3}}{\sqrt{1 - r_{x_1x_2}^2} \sqrt{1 - r_{x_2x_3}^2}} = \frac{0.9277 - (0.6458)(0.5715)}{\sqrt{1 - (0.6458)^2} \sqrt{1 - (0.5715)^2}} = 0.89166$$

(3) X_1 를 背景으로: X_2 , X_3 의 偏相關係數

16) 이러한 現象을 避하기 위해서 充分한 資料만 있다면 移動平均法을 利用해야한다고 생각한다.

17) 이問題性解決은 企業内部의 自覺에 依해서 資料를 더욱 整備함으로써 이루어질 것으로 생각된다.

18) Edmund Whittaker, "Economic Analysis," John Wiley & Sons, Inc. 1956. p.66에 依해서 X_1 의 販賣量(x_1)과 X_2 , X_3 財의 生産量(x_2 , x_3)과의 關係式을 求해봤다.

$x_1 = -49109.7624 - 8.019878x_2 + 41.7818x_3$

그러나 이것에 實際的인 x_2 x_3 의 數值를 代入해본 결과 現實과는 너무나 遊離되고 있었다.

$$\gamma_{x_2x_3 \cdot x_1} = \frac{\gamma_{x_1x_2} - \gamma_{x_1x_3}\gamma_{x_1x_2}}{\sqrt{1-\gamma_{x_1x_2}^2}\sqrt{1-\gamma_{x_1x_3}^2}} = \frac{0.5715 - (0.6458)(0.9277)}{\sqrt{1-(0.6458)^2}\sqrt{1-(0.9277)^2}} \\ = -0.096874$$

(L) 線型計劃에의 適用

以上에서 3製品의 生産量과 個當利潤과의 關係式을 얻었다. 其中 二次式은 一次式에 比하여 正確性이 不足하다는 事實을 이미 指摘했다. 따라서 以下에서는 一次式에 關해만이 取扱하기로 한다. 例컨대 X_1 財에 一次式 $y_{x_1x} = 466.1511 + 0.023715x_1$ 을 어떻게 目的函數式로 導入할 것인가가 問題가 된다. 勿論 이 경우 回歸係數인 0.023715를 限界利潤으로 생각하고 이것만 目的函數式의 x_1 의 費用係數로 取扱할 수 있다. 그러나 그 경우에는 回歸常數인 466.1511의 作用이 無視될 것이다. 回歸常數 466.1511은 一次式 $466.1511 + 0.023715x_1$ 를 圖表로 表示할 때 軸上的 그 截片을 나타내고 0.023715은 그 直線의 方向係數인 것이다. 따라서 普通의 경우 截片은 無視되고 方向係數만 가지고 限界利潤을 表示한다. 그러나 X_1 의 個當利潤 y_{x_1x} 은 $466.1511 + 0.023715x_1$ 로 表現된다. 말하자면 X_1 財의 生産量 x_1 가 주어진다면 그 個當利潤 y_{x_1x} 은 回歸常數와 回歸係數의 相互作用에 依해서 定해지므로 個當利潤決定에는 回歸常數도 重大한 役割을 行하고 있는 것이다. 따라서 正確한 生産量에 따른 個當利潤을 算出하는 데는 y_{x_1x} 의 一次式을 全體적으로 考慮되어야 할 것이다.

個當利潤의 本質에 비추어서 負値를 取할 수 없다고 假定하는 것은 無理한 일이 아닐 것이다. 언제나 正値를 取해야 한다고 생각한다면 그것은 $y_{x_1x} = |466.1511 + 0.023715x_1|$ 라고 表現될 것이다. 이와 同一하게 $y_{x_2x} = |-274.0091 + 0.035671x_2|$, $y_{x_3x} = |104.6786 + 0.025913x_3|$ 를 얻는다. 따라서 目的函數式은 주어진 技術條件과 制約量에 依해서 定해지는 x_1, x_2, x_3 으로서 $y_{x_1x}, y_{x_2x}, y_{x_3x}$ 의 合計가 最大가 되어야 한다고 表現할 수 있다. 이것을 數式으로 表現하면¹⁹⁾

$$\max Z = |466.1511 + 0.023715x_1| + |-274.0091 + 0.035671x_2| + |104.6786 + 0.025913x_3|$$

只今 非負變數 λ_j 을 새로히 導入하여

$$|466.1511 + 0.023715x_1| = \lambda_1, \quad |-274.0091 + 0.035671x_2| = \lambda_2,$$

$$|104.6786 + 0.025913x_3| = \lambda_3$$

으로하면 目的函數式은

$$\max Z = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

目的函數式에 새로히 非負變數 λ_j 가 導入되었으므로 그 變數를 制約條件式과 關聯시켜야 할 것이다. 只今 λ_1 의 경우를 생각해보면 $\lambda_1 \geq 0$ 이며 그것은 當然히 $\lambda_1 = 466.1511 + 0.023715x_1 \geq 0$ 이다. $|466.1511 + 0.023715x_1|$ 는 언제나 正値를 取해야 하므로 $466.1511 + 0.023715x_1 \geq 0$ 따라서

19) 이러한 問題는 非線型計劃의 問題인 것이며, 이 問題에 關한 示唆은 Charnes A. and Cooper W.W., "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming," Vol. I. John Wiley & Sons, Inc. 1967. p.p. 215~223에서 얻을 수가 있다. 그리고 이러한 思考方式에 依해서 線型計劃에 政策變數를 導入하는 問題는 前掲「拙稿」"線型計劃에 있어서의 政策의 目標設定問題"에서 取扱되고 있다.

$$466.1511 + 0.023715x_1 - \lambda_1 = 0$$

이것을 整理하면

$$-0.023715x_1 + \lambda_1 = 466.1511$$

이와 同一한 思考方式에 依해서

$$0.03567x_2 - \lambda_2 = 274.0091$$

$$-0.025913x_3 + \lambda_3 = 104.6786^{20)}$$

以上の 3개式이 制約條件式에 追加되어야 한다.

3. 線型計劃 Model

以上에서 制約條件式과 目的函數式이 決定되었다. 以下에서는 우선 政策의 目標을 設定하지 않고 주어진 條件下에서 原資材의 最適利用問題를 取扱하고 그것이 現實과 너무나도 遊離되고 있음을 指摘하여 順次的으로 企業의 政策의 目標을 追加하여 처음에 構成한 model을 離更하는 過程을 檢討할 것이다.²¹⁾

(一) 原資材 最適利用計劃

只今까지 論한 바에 依해서 問題를 線型計劃 model로 表現하면(體系 1-1)과 같이 된다.

$$\begin{array}{llll}
 \text{(體系 1-1)} & \max Z & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 & \\
 \text{s.t.} & 9.1655x_1 & + 0.181x_3 & \leq 325713.533 \\
 & 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 & & \leq 158785.2417 \\
 & 2.1767x_1 & & \leq 68487.1167 \\
 & 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 & & \leq 190156.9575 \\
 & 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 & & \leq 78588.4067 \\
 & -0.23715x_1 & + \lambda_1 & = 466.1511 \\
 & 0.035671x_2 & - \lambda_2 & = 274.0091 \\
 & -0.025913x_3 & + \lambda_3 & = 104.6786 \\
 & x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0 & &
 \end{array}$$

20) 變數 λ_i 는 “自然 Slack 變數”라고 할수있다. 왜냐하면 普通的 Slack 變數는 目的函數式에 있어서 0의 係數를 갖지만 變數 λ_i 는 주어진 制約條件式을 等式으로 表現하기 위해서 導入된다고 하는 點에서는 普通的 Slack 變數와 同一하다. 그러나 그에 對應하는 目的函數式的 係數는 0이 아니고 1이기 때문이다.

21) 企業에 있어서의 政策의 目標設定意義에 關해서는 前掲 拙稿, “線型計劃에 있어서의 政策의 目標設定問題”, 參照.

이 體系에 slack 數變 y_i 와 技巧變數 μ_i 를 導入하여 問題를 標準型으로 고치면(體系 1-2) 과 같이 된다.

$$\begin{array}{rcll}
 \text{(體系 1-2) } \max Z & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 & & \\
 \text{s. t. } 9.1655x_1 & + 0.181x_3 & + y_1 & = 325713.5333 \\
 & 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 & + y_2 & = 158785.2417 \\
 & 2.1767x_1 & + y_3 & = 68487.1167 \\
 & 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 & + y_4 & = 190156.9575 \\
 & 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 & + y_5 & = 78588.4067 \\
 & -0.023715x_1 & + \lambda_1 & = 466.1511 \\
 & & 0.035671x_2 & - \lambda_2 + \mu_1 = 274.0091 \\
 & & -0.025913x_3 & + \lambda_3 = 104.6786 \\
 & x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \mu_1 \geq 0 & &
 \end{array}$$

<표 13>

(1) 最 適 解

$$\begin{array}{lll}
 y_1 = 2593654141 & x_1 = 0 & \lambda_1 = 466.151 \\
 y_3 = 68487.1167 & x_2 = 7685.5488 & \lambda_2 = 0 \\
 y_4 = 82082.173 & x_3 = 366564.2023 & \lambda_3 = 9603.4547 \\
 \text{Simplex 乘數} & & z_j - c_j = 10069.9102 \\
 \lambda_1 = 466.1511 & \lambda_2 = 0.063049 &
 \end{array}$$

(2) λ_j 의 實際的인 計算值

$$\begin{array}{ll}
 |466.1511 + 0.023715x_1| = \lambda_1 & |-274.0091 + 0.035671x_2| = \lambda_2 \\
 x_1 = 0 & x_2 = 7685.5488 \\
 \lambda_1 = 466.1511 & \lambda_2 = 0.142111 \\
 |104.6786 + 0.025913x_3| = \lambda_3 & \\
 x_3 = 366564.2023 & \\
 \lambda_3 = 9603.4568 &
 \end{array}$$

(3) $(z_j - c_j)$ 의 實際的인 計算值

$$z_j - c_j = 10069.250011$$

(4) 總 利 潤

(ㄱ) 月利潤

$$\begin{aligned}
 & 4,661,511 \times 0 + 0.142111 \times 7,685.5488 + 9,603.4568 \times 36,6564.2023 \\
 & = 1,092.201 + 3,520,283,481.21 = 3,520,284,573.42
 \end{aligned}$$

$$(ㄴ) \text{年利潤 } 13,106.412 + 42,243,401,774.52 = 42,243,414,880.93$$

이體系를 Simplex 法에 依해서 算出한 것이 표 12인 것이다. 그것에 依하면 段階④에서 最適解를 얻고 있다. 그結果를 整理하고 λ_j 와 $(z_j - c_j)$ 의 實際的인 計算值, 總利潤을 算出한 것이 표 13인 것이다.

표 13에 依하면 Simplex 法에서 얻은 λ_j 와 $z_j - c_j$ 의 最適値는 거기에서 얻은 x_j 의 最適解를 代入해서 算出한 λ_j 와 $z_j - c_j$ 의 計算值와 거의 같다. 따라서 이 問題의 解法의 正當性을 主張할 수 있는 根據가 주어졌다고 할수있다. 그러나 slack 變數 y_1 (原資材 A), y_3 (原資材 C), y_4 (原資材 E)에서 莫大한 剩餘量이 생기고 있는것이 나타나고 있고 이 企業의 主生產品인 X_1 財가 全然 生産되지 않은 反面에 販賣量이 極히 적은 X_3 財의 生産量이 아주 많은 것은 現實과 너무나도 符合되지 않은 狀態라고 할수있다. 勿論 可能的인 年利潤은 아주 높지만 이것은 現實과 完全히 遊離되고 있는 programming이므로 반드시 實現된다고 하는 保障은 없는 것이다. 이 programming은 純粹한 原資材最適利用이란 點에서는 最適일런지 모르나 그것은 實際的인 企業運營에는 非効率的인 programming 가 될수가 있는 것이다. 따라서 企業으로서의 販賣條件, 原資材利用狀況, 生産條件²²⁾을 勘案하여 programming을 現實에 보다 가깝게 修正할 必要가 있는 것이다. 여기에 政策的目標設定의 問題가 惹起되는 것이다.²³⁾

22) 단일 X_3 財만 集中的으로 生産하게 될때, 生産施設이 거기에 充當 못하는 可能性도 나오게 된다.

23) 現實에 있어서는 特別 獨占資本主義下에서는 市場支配, 價格競爭에서의 優位確保와 같은 目的을 達成하기 위해서 完全競爭의인 色彩가 濃厚한 純粹한 原資材最適利用計劃은 政策的目標에 依해서 優先될수 있는 것이다. 따라서 線型計劃은 完全競爭市場下에서도 또한 不完全競爭市場下에서도 有用한 分析武器를 提示한다고 할수있다.

(1) 政策的目標設定(1)

只今 이 企業으로서 主要製品인 X_1 財를 月 25000個以上 그리고 그 補充財인 X_2 財의 需要量이 그 1/2 이라고 假定해서 X_2 財를 月 12500個以上 生産해야 한다고 하는 政策的目標을 樹立했다고 하자²⁴⁾ 이 경우의 數學的 model 은(體系 2-1)이며 必要한 計算上의 豫備的節次를 한것이 (體系 2-2)인 것이다. 그리고 그것을 Simplex 法을 利用해서 弄것이 표14인 것이다.

(體系 2-1)

$$\begin{array}{llll}
 \max Z & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 & & \\
 \text{s.t. } 9.1655x_1 & + 0.181x_3 & \leq & 325713.5333 \\
 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 & & \leq & 158785.2417 \\
 2.1767x_1 & & \leq & 68487.1167 \\
 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 & & \leq & 190156.9575 \\
 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 & & \leq & 78588.4067 \\
 -0.023715x_1 & + \lambda_1 & = & 466.1511 \\
 & 0.035671x_2 & - \lambda_2 & = 274.0091 \\
 & & - 0.025913x_3 & + \lambda_3 = 104.6786 \\
 x_1 & & & \geq 25000 \\
 & x_2 & & \geq 12500 \\
 x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0
 \end{array}$$

(體系 2-2)

$$\begin{array}{llllll}
 \max Z & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 & & & & \\
 \text{s.t. } 9.1655x_1 & + 0.181x_3 & + y_1 & = & 325713.5333 \\
 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 & & + y_2 & = & 158785.2417 \\
 2.1767x_1 & & + y_3 & = & 68487.1167 \\
 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 & & + y_4 & = & 190156.9575 \\
 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 & & + y_5 & = & 78588.4067 \\
 -0.023715x_1 & + \lambda_1 & & = & 466.1511 \\
 & 0.035671x_2 & - \lambda_2 & + \mu_1 & = 274.0091 \\
 & & - 0.025913x_3 & + \lambda_3 & = 104.6786 \\
 x_1 & & & - y_6 & + \mu_2 & = 25000 \\
 & x_2 & & & - y_7 & + \mu_3 = 12500 \\
 x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \mu_1, \mu_2 \geq 0
 \end{array}$$

그것에 依하면 段階⑦에서 最適解를 얻고 있다. 段階 ⑦을 再整理하고 解法이 正當했는가를 檢討한 것이 표15이다. X_1 財, X_2 財에 對해서는 確實히 政策的目標가 達成되고 있다. 그러나 總利潤에 있어서는 model(2)는 model(1)에 比해서 훨씬 下落하고 있음을 알수가 있다.²⁵⁾ 그러나 y_1 (原資材 A), y_2 (原資材 B), y_3 (原資材 C), y_5 (原資材 F)에 있어서는 아직도 剩餘가 되고있고 y_4 (原資材 E)가 이 programming 에서 隘路가 되고있다.²⁶⁾²⁷⁾ 그러나 이

24) 政策的目標로서 月 x_1 Z 2,5000, x_2 Z 12500 의 妥當性은 표4에서 立證할수가 있다.

25) 이點에 關해서는 拙稿 前掲 線型計劃에 있어서의 政策的目標設定問題 參照.

<표 15>

(1) 最 適 解

$$\begin{array}{lll}
 y_1 = 52,427.8368 & x_1 = 25,000 & \lambda_1 = 1,059.0261 \\
 y_2 = 24,063.5978 & x_2 = 12,500 & \lambda_2 = 171.9604 \\
 y_3 = 14,069.6167 & x_3 = 243,912.5166 & \lambda_3 = 6425.1608 \\
 y_5 = 59,081.7292 & & z_j - c_j = 7656.1475
 \end{array}$$

simplex multiplier

$$y_4 = 0.094577 \quad y_6 = 0.404766 \quad y_7 = 0.012089$$

(2) λ_j 와 $z_j - c_j$ 의 實際的인 計算值

$$\begin{array}{ll}
 |4,661,511 + 0.023715x_1| = \lambda_1 & |-274.0091 + 0.035671x_2| = \lambda_2 \\
 x_1 = 25,000 & x_2 = 12,500 \\
 \lambda_1 = 1,059.0261 & \lambda_2 = 171.8784 \\
 |104.6786 + 0.025913x_3| = \lambda_3 \\
 x_3 = 243,912.5164 \\
 \lambda_3 = 6,425.1836 \\
 z_j - c_j = 7,656.0881
 \end{array}$$

(3) 總 利 潤

(ㄱ) 月 利 潤

$$\begin{aligned}
 &1,059.0261 \times 25,000 + 171.8784 \times 12,500 + 6,425.1836 \times 243,912.5164 \\
 &= 26,475,652.5 + 2,148,480 + 1,567,182,700.21 = 1,595,806,832.71
 \end{aligned}$$

$$(ㄴ) \text{年 利 潤 } 317,707,830 + 25,781,760 + 18,806,192,402.52 = 19,149,681,992.52$$

programming에 있어서 問題視되고 있는 것은 X_3 財의 生産量이 過大하다는 것이다. 이것은 不可不 X_3 財生産에 對해서 어떠한 制限을 加하지 않으면 안된다는 것을 뜻한다. 여기에 model(3)이 나오게 되는 根本的인 原因이었다.

(ㄷ) 政策目標設定(2)

今 X_3 財의 需要條件을 考慮하여 X_1 財의 1/6 程度라고 假定하고 X_3 財의 生産量을 月 4,100個 以下로 制限하기로 하자.²⁸⁾ 그런 경우의 數學的 model은 (體系 3-1)와 같다. 이것을 앞 model와 同一한 手續節次에 依해서 最適을 얻은 것을 整理한것이 표17이다. 표17에 依하면 이 計劃에 있어서는 隘路가 y_2 (原資材 B)에서 發生하고 있음을 알수가 있다. 解法의 正當性이 證明되고 있을 뿐만 아니라 X_1 財 X_2 財에 關한 要求條件을 充足시키고 있다. 確實히 앞計劃에 比해서 年利潤은 越等에게 減少되고 있다. 그러나 X_2 財가 아직도 過剩生産되고 있다고 하는點에 問題點이 있다. 따라서 X_2 財의 生産에 對해서 어떤 制約點이 주어져야 할것이다.²⁹⁾³⁰⁾ 여기에 model(4)가 나오는 根據가 있다.

26) model(1)에서는 隘路는 y_2 (原資材 B)에서 發生있다고 하는 點과는 對照的이다.

27) 이것을 보더라도 從來의 經濟理論에서 생각하고 있는 것과 같은 固定的인 生産方法과 各企業의 利潤의 最大와 資源의 全部利用이라는 3개의 條件이 同時에 成立된다고는 할수가 없을 것이다.

28) 生産條件 $x_3 \leq 4100$ 의 追加는 표 4에 依해서 正當視된다.

29) 勿論 이경우에 過剩生産된 X_2 財를 在庫시킨다고 하는 假定을 세울수는 있다. 그경우에 在庫費負擔 問題와 輸入原資材의 價格變動 그것과 아울러서 X_2 財의 價格變動豫測問題까지 發生한것이다. 그러나 이미 言及한 바와 같이 年度末, 年度初에는 在庫를 없애기 위해서 投資하고 있다고 하는 事實로 미루어 봐서 國內外市場이 狹少하다고 생각할수 있다. 따라서 政策的으로 生産量을 制限한다고 하는 問題가 發生할 것이다.

$$\begin{aligned}
 & \text{(體系 3-1)} \quad \max Z \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\
 & \text{s.t.} \quad 9.1655x_1 \quad \quad \quad + 0.181x_3 \quad \quad \quad \leq 325,713.5333 \\
 & \quad \quad 0.8052x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 \quad \quad \leq 158,785.2417 \\
 & \quad \quad 2.1767x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \leq 68,487.1167 \\
 & \quad \quad 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 \quad \quad \leq 190,156.9575 \\
 & \quad \quad 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 \quad \quad \leq 78,588.4067 \\
 & \quad \quad -0.023715x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \lambda_1 \quad \quad = 466.1511 \\
 & \quad \quad \quad \quad 0.035671x_2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad - \lambda_2 \quad \quad = 274.0091 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 0.025913x_3 \quad \quad + \lambda_3 = 104.6786 \\
 & \quad \quad x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \geq 25,000 \\
 & \quad \quad \quad \quad x_2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \geq 12,500 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad x_3 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \leq 4,100 \\
 & \quad \quad x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(體系 3-2)} \\
 & \max Z \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\
 & \text{s.t.} \quad 9.1655 \quad \quad \quad + 0.181x_3 \quad \quad \quad + y_1 \quad \quad \quad = 325,713.5333 \\
 & \quad \quad 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 \quad \quad \quad + y_2 \quad \quad \quad = 158,785.2417 \\
 & \quad \quad 2.1767x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + y_3 \quad \quad \quad = 68,487.1167 \\
 & \quad \quad 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 \quad \quad \quad + y_4 \quad \quad \quad = 190,156.9575 \\
 & \quad \quad 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 \quad \quad \quad + y_5 \quad \quad \quad = 78588.4067 \\
 & \quad \quad -0.023715x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad + \lambda_1 \quad \quad \quad = 466.1511 \\
 & \quad \quad \quad \quad 0.035671x_2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad - \lambda_2 \quad \quad \quad + \mu_1 = 274.0091 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 0.025913x_3 \quad \quad + \lambda_3 \quad \quad \quad = 104.6786 \\
 & \quad \quad x_1 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - y_6 \quad \quad + \mu_2 = 25,000 \\
 & \quad \quad \quad \quad x_2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - y_7 \quad \quad + \mu_3 = 12500 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \quad x_3 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + y_8 \quad \quad = 4100 \\
 & \quad \quad x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, \mu_1, \mu_2, \mu_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

(ㄷ) 政策的目標設定(3)

只今 X_2 財의 生産에 있어서 販賣條件과 在庫問題를 考慮하여 X_2 財의 生産高를 月 15000 個를 超過할수 없다고 하는 政策的目標가 세워졌다고 하자. 그러면 X_2 財에 關해서 販賣條件 $x_2 \geq 12,500$ 代身 生産條件 $x_2 \leq 15,000$ 이 設定된다.³¹⁾ 그경우의 線型計劃의 問題는 (體系 4-1)과 같이 表現된다. 이것은(體系 4-2)에 依해서 豫備節次가 取하여 지고 표18과 같이 演算體된다. 段階⑥에서 最適解를 얻고 있다.

그것을 整理한 것이 표19이다. 이 計劃에 있어서는 y_3 (原資材 C)가 隘路임을 나타내고 있

30) 政策的目標로서 $x_1 \geq 25000$, $x_2 \geq 12500$, $x_3 \leq 4100$ 의 條件을 假定하고 있으나 實際的問題로서 每月 固定的으로 이러한 需要量이 있는것은 아니다. 따라서 在庫의 問題가 發生한 것이다. 이 論文에서는 統計處理된 結果를 線型計劃에 어떻게 適用시키는가 하는 方法論을 取扱하고 있기 때문에 在庫의 問題는 Smoothing 問題로서 別個의 Theme 가 될것이다. 이러한 意味에서 在庫의 問題는 여기에서는 無視한다.

31) 이 條件의 正當性 역시 표4에 依해서 立證된다.

<표 17>

(1) 最適解

$y_1 = 95,833.9333$	$x_1 = 25,000$	$\lambda_1 = 1,059.0261$
$y_3 = 14,069.6167$	$x_2 = 128,458.7054$	$\lambda_2 = 4,308.191$
$y_4 = 7,149.51$	$x_3 = 4,100$	$\lambda_3 = 210.9219$
$y_5 = 32,067.6367$		$z_j - c_j = 5,578.1390$

simplex multiplier

$$y_2 = 0.033731$$

$$x_1 \text{ 追加生産分 } y_6 = 0.004963$$

$$x_3 \text{ 追加生産分 } y_8 = 0.011267$$

(2) λ_j 의 實際的인 計算值

$$|466.1511 + 0.023715x_1| = \lambda_1 \quad |-274.0091 + 0.035671x_2| = \lambda_2$$

$$x_1 = 25,000$$

$$x_2 = 128,458.7054$$

$$\text{個當利益 } \lambda_1 = 1,059.0261$$

$$\lambda_2 = 4,308.24138$$

$$|104.6786 + 0.025913x_3| = \lambda_3$$

$$x_3 = 4,100$$

$$\lambda_3 = 210.9219$$

(3) 總利潤

$$\begin{aligned} \text{(一) 月利潤 } & 1,059.0261 \times 25,000 + 4,308.24138 \times 128,458.7054 + 210.9219 \times 4,100 \\ & = 26,475,652.5 + 553,431,099.95 + 864,779.79 = 580,771,532.24 \end{aligned}$$

$$\text{(二) 年利潤 } 317,707,830 + 6,641,173,199.39 + 10,377,357.48 = 6,969,258,386.87$$

(體系 4-1)

$$\begin{aligned} \max Z & \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ \text{s.t. } & 9.1655x_1 + 0.181x_3 \leq 325,713.5333 \\ & 0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 \leq 158,785.2417 \\ & 2.1767x_1 \leq 68,487.1167 \\ & 4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 \leq 190,156.9575 \\ & 0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 \leq 78,588.4067 \\ & -0.023715x_1 + \lambda_1 = 466.1511 \\ & \quad 0.035671x_2 - \lambda_2 = 274.0091 \\ & \quad \quad -0.025913x_3 + \lambda_3 = 104.6786 \\ & x_1 \geq 25,000 \\ & \quad x_2 \leq 15,000 \\ & \quad \quad x_3 \leq 4,100 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0$$

고 X_2 財, X_3 財의 生産에 있어서는 要求條件乃至 政策的目標가 具現되고 있을 뿐만 아니라 Simplex 表에서 얻은 λ_j 值와 實際計算值가 一致하는 것으로 봐 解法은 正當하다. 政策的目標를 具現하기 때문에 總利潤은 確實히 model(3)에 比해서 減少되고 있다. 그리고 剩餘原資材는 A, B, E, F 임을 알수가 있다.

(體系 4-2)

$$\begin{array}{rcll}
\max Z & \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 & & \\
\text{s.t. } 9.1655x_1 & + 0.181x_3 & + y_1 & = 325,713.5333 \\
0.8502x_1 + 1.0575x_2 + 0.411x_3 & & + y_2 & = 158,785.2417 \\
2.1767x_1 & & + y_3 & = 68,487.1167 \\
4.5305x_1 + 0.505x_2 + 0.274x_3 & & + y_4 & = 190,156.9575 \\
0.6422x_1 + 0.2371x_2 + 0.002x_3 & & + y_5 & = 78,588.4067 \\
-0.023715x_1 & + \lambda_1 & & = 466.1511 \\
0.035671x_2 & - \lambda_2 & + \mu_1 & = 274.0091 \\
-0.025913x_3 & + \lambda_3 & & = 104.6786 \\
x_1 & & - y_6 & + \mu_2 = 25,000 \\
x_2 & & + y_7 & = 15,000 \\
x_3 & & + y_8 & = 4,100 \\
x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, \mu_1, \mu_2 & \geq 0 & &
\end{array}$$

<표 19>

(1) 最 適 解

$$\begin{array}{lll} y_1 = 36,590.548 & x_1 = 31,463.7367 & \lambda_1 = 1,212.3146 \\ y_2 = 114,487.1759 & x_2 = 15,000 & \lambda_2 = 261.0059 \\ y_4 = 35,162.17 & x_3 = 4,100 & \lambda_3 = 210.9219 \\ y_5 = 54,817.6914 & & z_j - c_j = 1684.2924 \\ y_6 = 6,463.7372 & & \end{array}$$

simplex multiplier

$$y_3 = 0.010895, \quad y_7 = 0.035671, \quad y_8 = 0.025913$$

(2) λ_j 의 實際計算值

$$\begin{array}{ll} |466.1511 + 0.023715x_1| = \lambda_1 & |-274.0091 + 0.035671x_2| = \lambda_2 \\ x_1 = 31,463.7367 & x_2 = 15,000 \\ \lambda_1 = 1212.3136 & \lambda_2 = 261.0559 \\ |104.5786 + 0.025913x_3| = \lambda_3 \\ x_3 = 4,100 & \lambda_3 = 210.9219 \end{array}$$

(3) 總 利 潤

(ㄱ) 月 利 潤

$$1212.3146 \times 31,463.7367 + 261.0559 \times 1,500 + 210.9219 \times 4,100 = 42,924.565.662$$

$$38,143,947.372 + 3,915,838.5 + 86,4779.79 = 42,924,565.662$$

$$(ㄴ) \text{年利潤 } 457,727,368.464 + 46,990,062 + 10,377,357.48 = 515,094,787.944$$

model(4)에서 얻은 計劃値와 표 4, 표 2에서 얻은 實際値를 比較하면 표20과 같다.

표20표에서 나타나고 있는 事實을 綜合해보면 確實히 線型計劃에 依해서 資源을 最適配 分하고 政策的目標을 設定하면서 計劃을 修正해가는 方法이 實질 좋은 成果³²⁾를 올릴 수

<표 20> 計劃과 實際値와의 比較

		計 劃 値	實 際 値
總 利 潤		515,094,787	234,590,729 ^①
生 產 量	X ₁	377,564	294,474 ^①
	X ₂	180,000	144,723
	X ₃	49,200	48,692
剩 餘 原 資 材	A	43,908.7	81,723.4 ^②
	B	137,384.6	155,066.9
	E	421,946	145,383.74
	F	65,781.2	70,072.165

(註) ① : 표 4에 依해서 計算

② : 표 2에 依해서 算出

다는 것을 말해주고 있다. 여기에 線型 計劃을 適用하는 理由가 있는 것이다.

보다 理想的이고 科學的인 方法에 依 해서 目的函數式이 決定되고 制約條件式 이 얻어지고 그것에 線型計劃法을 適用 하고 어떠한 最適値가 나온 後에 또다시 制約條件式 或은 目的函數式에 어떤 變動이 일어나는 경우에 今까지 한 경우 와 같이 線型計劃問題를 새로운 構成해 서 그것을 一一히 풀어갈 必要는 없다.³³⁾ 그때 重要的 役割을 하는것이 逆行列인 것이다.

model(4) 段階⑥의 最適解에서 표21에 나타나고 있는 部分만 생각한다. 이때 $Z^* =$

32) 다만 總利潤關係에 있어서는 이미 言及한 缺陷이 있으며, 또 技術條件에 關해서도 더욱 科學的인 調査方法이 必要한 것으로 본다.

33) 이 問題에 關해서는 拙著 前掲 “線型經濟學” 第8章 感度分析 參照.

$cX^* = w^*b$ 이므로 w^*b 를 計算해 보면 段階⑥에서 얻고 있는 最適目的函數值 Z^* 를 얻고 있다. 따라서 이러한 Simplex 乘數는 正確한 것이라고 할수있다. 方便 最適基底를(體系4-2)

<표 21> (model 4)

Inverse A^{-1} (1)

單位 Vector	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	λ_1	μ_1	λ_3	μ_2	y_7	y_8
最適基底	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}
y_1	1		-4.210732								-0.181
y_2		1	-0.390591							-1.0575	-0.411
y_6			0.459411						-1		
y_4			-2.081362	1						-0.505	-0.274
y_5			-0.295034		1					-0.2371	-0.002
λ_1			0.010895			1					
x_2										1	
λ_3								1			0.025913
x_1			0.459411								
λ_2							-1			0.035671	
x_3											1
Simplex 乘數 w^*			0.010895			1	-1	1		0.035671	0.025913

$$w^*b = (0, 0, 0, 0.010895, 0, 0, 1, -1, 1, 0, 0.035671, 0.025913)$$

$$\begin{pmatrix} 325713.5333 \\ 158785.2417 \\ 68487.1167 \\ 186407.04 \\ 78588.4067 \\ 466.1511 \\ 274.0091 \\ 104.6786 \\ 2.5000 \\ 15000 \\ 4100 \end{pmatrix} = 1684.2924 = Z^*$$

<표 22> (model 4)

Inverse A^{-1} (2)

單位 Vector	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}
最適基底											
x_1			0.459411								
x_2										1	
x_3											1
λ_1			0.010895			1					
λ_2							-1			0.035671	
λ_3								1			
y_1	1		-4.210732								-0.181
y_2		1	-0.39591							-1.0575	-0.411
y_4			-2.081362							-0.505	-0.274
y_5			-0.295034							-0.2371	-0.002
y_6			0.459411						-1		
Simplex 乘數 w^*			0.010895			1	-1	1		0.035671	0.025913

<표 23> (model 4)

matrix A: $A^{-1}A=I$

x_1	x_2	x_3	λ_1	λ_2	λ_3	y_1	y_2	y_4	y_5	y_6
9.1655		0.181				1				
0.8502	1.0575	0.411					1			
2.1767										
4.5305	0.505	0.274						1		
0.6422	0.2371	0.002							1	
-0.023715			1							
	0.035671			-1						
		-0.025913			1					
1										-1
	1									
		1								

에서 나온 順序대로 整理하면 표22와 같이 된다. 이것이 바로 求하고 있는 逆行列 A^{-1} 이며 표23의 (體系 4-2)에서 주어지고 있는 行列 A 사이에 반드시 $A^{-1}A=I$ 의 關係가 成立한다.

三. 巨視的適用

線型計劃의 巨視的適用의 例로서는 L.N. Moses에 依한 地域間 Activity의 選擇問題를 들수가 있다. Moses는 地域間交易構造에 代替인 Activity를 考慮함으로써 技法的으로는 線型計劃의 技法과 地域間産業聯關表를 結合시켜 地域의 産業立地의 動向에 關해서 解明하고 있다.³⁴⁾ Moses의 model에 依하면 商品과 運輸에 關한 一定한 投入構造下에서의 需給 Balance, 地域別, 産業別供給能力, 地域別勞動量을 制約條件으로 하고있고 目的函數로서는 輸送費를 包含한 總費用을 最小化하는 問題이며, 이러한 目的達成時에 商品別地域間交易의 Pattern을 求한다고 하는 形式을 取하고 있다.³⁵⁾

한편 W. Isard에 依하면 地域間線型計劃法이란 題目으로서 1弗의 새로운 所得을 나타나게 하는 水準을 各活動의 操業單位水準이라고 定義하고 各地域에 各資源量이 주어지고 各地域間의 輸送費가 一定할때 地域所得의 合計를 最大로 하는 簡單한 地域間 model를 構成하고 있다.³⁶⁾

이러한 地域間産業聯關表에의 線型計劃適用은 그 前提條件으로서 地域間交易係數는 勿論

34) L.N. Moses, "A General Equilibrium Model of Production, Inter-regional Trade and Location of Industry," The Review of Economics and Statistics, Nov. 1960.

그외의 研究로서

F.T. Moore, "Regional Economic Reaction Paths", The American Economic Review, Vol. XLV, 1955; H.M. Wagner, "A Linear Programming Solution to Dynamic Leontief Type Models," Management Science, Vol. 3, 1957; A.P. Hurter and L.N. Moses, "Regional Investment and Interregional Programming," The Regional Science Association Papers, Vol. 13, 1964; J. Sebestyén, "Some Thoughts on a Spatial Model for Development Purposes," The Regional Science Association Papers, Vol. 12, 1964; V.S. Nemchinov, "Primenenie matematiki v ekonomicheskikh issledovaniakh(A Model of Economic Region)," Vol. 2, Sotsckgiz. 1961 등이 있다. 이것에 關해서는 金子敬, "經濟變動と産業聯關", 新評論, 1967 p.109 參照.

35) 前掲 金子 "經濟變動と産業聯關" p.110 參照.

36) 笹田友三郎譯, "W.Isard, 地域分析의 方法", 朝倉書店 1969. p.p. 177~255.

<표 24>

目的函數式과 制約條件式을 作成하기 위한 諸指標

	產 業	生額 產	(百萬元)			雇 用	
			總生產額	附 加 價 值		(人) 就 業 者 數	n_j x_j
				(百萬元) 附加價值額	y_j x_j		
一 九 六 六 年 末 現 在	第1次 및 鑛業	x_1	(x_j) 34273.9	(y_j) 29556.6	0.862365	n_j 5096000	148.684568
	織	x_2	52128.6	20531.0	0.393853	9639	0.184908
	製材木製品	x_3	22143.8	16693.7	0.753877	19017	0.858796
	紙類 및 二製品	x_4	11458	7417.2	0.647293	14502	1.265666
	印刷出版	x_5	14390.9	5804.1	0.403317	22584	1.569325
	皮革	x_6	2531.7	1327.7	0.52443	3209	1.267528
	고무 및 二製品	x_7	6739.4	3586.6	0.532184	23508	3.488144
	化學製品	x_8	8645.7	5924.9	0.6853	29264	3.384804
	石油石炭製品	x_9	34558.9	20987.8	0.607305	15614	0.451808
	유리土石	x_{10}	11817.8	6825.0	0.577519	33141	2.804329
	第1次金屬	x_{11}	17821.9	4524.0	0.253845	18627	1.045175
	金屬製品	x_{12}	12571	6517.1	0.518415	24395	1.940578
	機械	x_{13}	514.3	1905.5	0.542213	22005	42.786311
	電氣機器	x_{14}	7835.6	3355.7	0.428263	18354	2.342386
	輸送用機器	x_{15}	12396	5490.1	0.442893	30394	2.45192
	其他	x_{16}	2985.1	1859.7	0.622994	27675	9.271046
	第3次產業	x_{17}	308030.1	250630.0	0.813654	2706000	8.784856
1968年末現在						經濟活動人口	9757000名

	產 業	生 產 額	有形固定資產		電 力		貸 出 金		(百萬元) 1968 : 最 終需要額
			(千圓) 總 額	k_j x_j	(kwh) 使用量	e_j x_j	(百萬元) 總額	l_j x_j	
			(k_j)		(e_j)		(l_j)		
一 九 六 六 年 末 現 在	第1次 및 鑛業	x_1			261763	7.637386	267990.781907	429787	
	織	x_2	33969090	651.640174	335278	6.431748	166220.318865	161421.8	
	製材木製品	x_3	8354949	377.304212	53237	2.404149	25900.116963	25612	
	紙類 및 二製品	x_4	6517223	568.752662		6.589501	25810.225242	2570.8	
	印刷出版	x_5	7512584	522.037121	187014	6.589501	20680.143702	17162.5	
	皮革	x_6	874384	345.374254		6.589501	3750.148122	8980.6	
	고무 및 二製品	x_7	3975250	589.852212	66576	9.878624	27850.413242	9540.2	
	化學製品	x_8	14275803	1651.202679	215748	22.367272	87341.010213	29371.4	
	石油石炭製品	x_9	7359171	212.945753	25453	0.73653	15630.045227	27184.4	
	유리土石	x_{10}	16155222	1367.024488	206128	17.442164	47490.401851	-2423	
	第1次金屬	x_{11}	7280591	408.51935	186518	6.136853	29490.165527	129	
	金屬製品	x_{12}	4951324	393.862479		6.136853	26070.207379	8083.6	
	機械	x_{13}	6358309	1809.267564		3.444384	22360.636258	45620.5	
	電氣機器	x_{14}	5510356	703.24621	81790	3.44384	24600.313952	26875.9	
	輸送用機器	x_{15}	10024995	808.728219		3.444384	32090.258874	77119.4	
	其他	x_{16}	3831000	1283.374091	58404	19.565174	34001.13899	26703.7	
	第3次產業	x_{17}			268039	0.870171	442710.146934	793933.5	
1968年末現在			總額 414666706		使用量 3794365		總額 373342		

資料 : (1) 雇用指數 1966年末現在의 第1次 및 鑛業, 1968年末現在 經濟活動人口은 韓銀刊, 經濟統計年報 1971, 製造部門은 產銀刊, 鑛工業統計調查報告 1971.

(2) 有形固定資產指數 產銀刊, 鑛工業調查報告 1969. (3) 電力, 韓銀刊, 經濟統計年報 1971

(4) 貸出金 韓銀刊, 經濟統計年報 1971(總額속에는 產業銀行, 特殊銀行, 一般銀行가 이 合計되고 있다.) (5) 總生產額, 附加價值, 拙稿, “全南製造業의 線型計劃分析”省谷論叢 第2輯(1971) p.p.581~582參照. (6) 1968年最終需要額, 韓銀刊 68年1.0.表

이며, 技術係數의 地域差에 關한 資料等 其外의 關聯된 여러가지의 資料가 具備되고 있어야 한다.³⁷⁾ 그리고 Isard에 依해서 指摘되고 있듯이 이러한 分析方法에는 線型生産函數의 假定, 價格非彈力的인 需要 그리고 最終生産物價格 或은 그것에 對應하는 것을 미리 確定하는 必要性等과 같은 缺點이 있음³⁸⁾을 是認한다. 그러나 只今까지의 方法論과는 全然 다른 角度에서 取扱하는 產業關聯表에의 線型計劃適用은 以上과같은 缺認點을 是認하면서도 그 自體 意義가 있는 것으로 본다. 그리고 또 以下에서 取扱하는 產業關聯表에의 線型計劃法의 一般的解法이 開發된 後에 그것을 利用하여 地域間線型計劃法의 解明도 可能하다고 할 수 있다.³⁹⁾

以下에서 取扱하는 產業關聯表는 韓銀刊 1966年 1.0表에서 따로 作成한 17部門 X財關聯 產業關聯表⁴⁰⁾인 것이다. 韓銀刊의 1966年 1.0表를 그대로 利用하지 않고 그것을 X財關聯 財에 關해서 特히 製造部門을 細分한 것은 X財產業과 製造業全部門의 相互關係를 더 具體的으로 把握하기 위한 것이다. 다만 여기에서 問題가 있다면 새로 追加되는 雇用, 有形固定資產, 電力, 貸出金, 그리고 各制約式的 制約量으로서 X財關聯財것을 利用하지 못하고 全產業의 것을 利用했다고 하는 點일 것이다. 이것은 統計資料의 未備에서 오는 不可避한 根本的인 缺陷이라고 할수있으나 이論文의 目的이 線型計劃의 巨視的適用에 關한 方法論提示에 있다고 할수있으므로 그러한 缺陷은 하나의 與件이라고 생각해야 할 것이다.

1. model 形成

制的條件式을 構成함에 있어서 制約條件式을 두部門으로 構成하고자 한다. 그하나는 1.0. 表에서 얻을 수 있는(I-A)部門이며 또하나는 資源關係에 있어서 活動의 能力을 나타내는 U部分인 것이다. 前者는 產業間去來에 依해서 自然發生的으로 決定되는 部門이며 後者는 그 產業의 内部的要因에 依해서 意識的主體的으로 決定되는 部門이라고 할 수 있다. 前者에도 潜在的으로 技術의 概念이 內包되고 있으나 오히려 投入係數라고 表現하는 것이 妥當하고 後者는 產業이 가지고 있는 技術에 依해서 定해지는 部門이므로 이것을 技術係數라고 表現함으로써 前者 後者를 區別하는 것이 좋을 것이다.^{41) 42)}

새로히 追加되는 制約條件式으로서 雇用(N), 有形固定資產(K), 電力(E), 貸出金(L)을 생각할 수가 있다. 그것 들에 關한 1966年末의 各指標는 表24와 같다. 只今 各產業의 活動水準을 總生産額(X)으로 表現한다면 各產業의 雇用量, 有形固定資產總額, 使用電力量, 貸出金總額에 關해서 各各 $\frac{n_j}{x_j}$, $\frac{k_j}{x_j}$, $\frac{e_j}{x_j}$, $\frac{l_j}{x_j}$ 를 얻을 수 있다. 이것을 便利上 雇用係數, 有形固定資產係數, 電力係數, 貸出係數라고 부르자, 各係數에 關해서

37) 이러한 資料가 具備되지 않고 있기 때문에 Moses도 單純化를 期하고 全地域同一의 全國係數를 使用하고 있다. 金子前揭書. p.111

38) 笹田 前揭書. p.253

39) 이 研究가 끝난後에는 線型計劃適用의 最終的目標로서 地域間線型計劃法을 計劃하고있다.

40) 前揭, 拙稿 “全南製造業의 線型計劃分析” pp.581~586 參照.

41) 이것은 筆者의 너무나도 獨斷的인 見解일지 모른다. 그러나 追加하는 兩部門의 條約條件을 前者部門과 區別하기 위한 하나의 試圖인 것이다.

42) 10. 表에 線型計劃을 適用하는 方法과 解法에 關해서는 前揭 拙稿, 全南製造業의 線型計劃分析 p.p. 590~593 參照. 여기서 使用하고 있는 記號는 거기에서 使用되고 있는 것을 그대로 使用한다.

$$\sum \left(\frac{n_j}{x_j} \right) x_j = N$$

$$\sum \left(\frac{k_j}{x_j} \right) x_j = K$$

$$\sum \left(\frac{e_j}{x_j} \right) x_j = E$$

$$\sum \left(\frac{l_j}{x_j} \right) x_j = L$$

但 $j = j$ 業; 各小文字는 各產業에서 使用하고 있는 資源; 各大文字는 資源量總額을 나타낸다.

이러한 關係式이 새로히 追加되는 制約條件式의 左邊을 形成할 것이며 그 制約量으로서는 68年末의 經濟活動人口, 有形固定資產總額, 使用電力量, 貸出金總額을 使用하기로 한다. 그리고 10. 表에서 그대로 얻을 수 있는 投入係數를 利用하여

$$\sum (I - a_{ij}) x_j = d$$

를 얻을 수가 있다. 이때 右邊의 制約量으로서 68年度의 最終需要額을 使用하기로 한다.

한편 各產業의 附加價值額(y_j)과 $\frac{y_j}{x_j}$ (所得率)을 求한다면

$$\sum \left(\frac{y_j}{x_j} \right) x_j = Y$$

(但 Y 는 國民所得)을 自明하게 얻는다. 따라서 이 model는 주어진 投入과 技術條件에서 Y 를 最大值하는 問題라고 생각할 수 있을 것이다. 따라서 制約條件式에서 使用되는 不等記號는 \leq 인 것이다.

以上과 같은 推論에 立脚해서 作成한 數學的 model이 표25, 표26인 것이다. 그러면 이 體系는

$$\begin{aligned} \max. \quad & CX \\ \text{s.t.} \quad & (I - A)X \leq D \\ & UX \leq L \\ & X \geq 0 \end{aligned}$$

但 C = 所得率의 行 Vector, D = 最終需要의 列 Vector, U = 技術係數의 行 Vector, L = 資源制約量의 列 Vector, A = 投入係數行列, X = 生産活動의 列 Vector를 表現한다.

2. 計管과 그整理

이 model는 構造變數, Slick變數, 技巧變數의 數를 合한다면 變數의 數가 40이며, 制約條件式의 數가 23인 방대한 것이다. 이것을 普通의 Simplex法으로 풀기는 아주 번잡할 뿐만 아니라 아주 時間이 걸린다. 따라서 計算의 簡便化를 위해서 Revised simplex法을 使用하는 것이 便利한 것으로 생각된다. 그것을 위해서 model를 再整理하고 必要한 行列 A 와 逆行列 u 를 作成한 것이 표27, 표28, 7표29인 것이다. 이것에 依해서 電子計算機(Computer)로 計算한 結果가 표30이다.⁴³⁾ 그 計算過程은 표31과 같다. 段階②에 있어서 모든 Simplex乘

43) 計算上の 처음 計劃은 筆者가 가지고 있는 手動式電子計算機 Canola 141를 利用하여 Revised Simplex法에 依해서 끝까지 計算한다고 했다. 段階①까지 計算이 進展되었으나 計算을 反覆함에 따라 誤差가 나오게 되고 한段階를 끝내는데 約 2時間程度이 所要되었다. 그래서 不可不 KCC에 計算을 依頼하게 된 것이다. KCC에서는 Simplex法에 關해서는 Programming이 開發되고 있었으나 筆者가 願하는 Revised Simplex法은 아직 開發되지 않고 있었다. 따라서 計算은 Simplex法에 依해서 行하여 진 것이지만 段階②에서 얻고있는 結果는 Revised Simplex法과 同—하다. 왜냐하면 Simplex法에 있어서는 모든 計算을 하나 빠짐없이 하는데 對하여 Revised Simplex法에서는 逆行列을 利用해서 必要한 計算을 하기 때문이다. 逆行列은 표30의 前行에서 y 行까지에 얻을 수가 있다.

數가 正이거나 0이 되고 있다. 따라서 最適解를 얻고 있는 것이다. 最終段階의 結果를 整理한 것이 표32인 것이다. 그것에 依한다면 X財關聯財產業의 68年度 總生産額은 1,094,488.25 百萬원으로 68년産業聯關表(競爭輸入型)에 나타난 總附加價値額 1,585,805.8 百萬원과 거의

<표 31> 計 算 의 反 覆

段階	除去變數	導入變數	目的函數值	最小負值인 Simplex乘數
0			-24,230,000.000000	$14(x_{14}) - 248.0283$
1	32 (y_{14})	14 (x_{14})	-17,129,691.324707	$6(x_5) - 56.0648$
2	24 (y_6)	6 (x_6)	-16,575,932.994629	$7(x_7) - 47.3588$
3	25 (y_7)	7 (x_7)	-16,105,596.813232	$15(x_{25}) - 47.0356$
4	33 (y_{15})	15 (x_{15})	-11,501,653.460938	$17(x_{17}) - 46.6765$
5	28 (μ_1)	17 (x_{17})	291,356.836182	$18(y_{10}) - 193.0790$
6	35 (y_{17})	18 (y_{10})	877,060.257156	$3(x_3) - 0.9470$
7	21 (y_3)	3 (x_3)	904,064.944382	$1(x_1) - 0.9243$
8	36 (y_{18})	1 (x_1)	909,679.282059	$8(x_8) - 0.8160$
9	26 (y_8)	8 (x_8)	943,098.306656	$4(x_4) - 0.8226$
10	22 (y_4)	4 (x_4)	950,954.301224	$5(x_5) - 0.8543$
11	23 (y_5)	5 (x_5)	928,950.414383	$10(x_{10}) - 0.8264$
12	18 (y_{10})	10 (x_{10})	981,779.622452	$16(x_{16}) - 0.7336$
13	38 (y_{20})	16 (x_{16})	992,898.382706	$9(x_9) - 0.6544$
14	27 (y_9)	9 (x_9)	1,036,587.497360	$12(x_{12}) - 0.4797$
15	30 (y_{12})	12 (x_{12})	1,050,458.653107	$13(x_{13}) - 0.4143$
16	1 (x_1)	13 (x_{13})	1,053,124.671387	$2(x_2) - 0.291117$
17	16 (x_{16})	2 (x_2)	1,054,093.241547	$26(y_6) - 0.8477$
18	8 (x_8)	26 (y_8)	1,092,152.047638	$18(y_{10}) - 0.5799$
19	10 (x_{10})	18 (y_{10})	1,094,187.614990	$25(y_7) - 0.1034$
20	37 (y_{19})	25 (y_7)	1,094,488.250824	All Simplex 乘數 ≥ 0

같다는 것을 알 수가 있다.⁴⁴⁾ 그러나 第1次産業 및 鑛業部門(x_1), 化學製品部門(x_8), 유리土石部門(x_{10}), 第1次金屬部門(x_{11}), 其他部門(x_{16})의 生産額이 皆無인 것을 알 수가 있다. 이것은 이미 徵視的適用에서 數次 言及한바와 같이 이 計劃은 最大國民所得이 達成되도록 資源을 最適利用할라면 어떻게 생산해야 할 것인가 하는 問題를 取扱하고 있기 때문에 不可避한 現象이라고 할 수 있다. 여기에 投資選擇基準 乃至 政策의 目標設定問題가 나오게 된다. 우선 投資選擇基準問題를 보면 그 判斷은 段階②에서 얻고 있는 Simplex 乘數의 크기에 依해서 할 수가 있다. 그 크기가 크면 클수록 可能的인 附加價値增加額은 그 만치 큰 것이다. 표32에 나타난 바와 같이 그 乘數値를 보면 다 같이 0보다 크고 1보다 작다는 것을 알 수가 있다. 그중에서도 産業育成에 있어서는 化學製品, 其他가 比較的 높다.⁴⁵⁾ 따라서 x財關聯財產業에 局限해서 생각할때 이런 産業을 育成支援해야 할 것이다. 그러나 그보다 重要한 것은

44) 우리가 얻은 計算値는 過大評價된 것이다. 왜냐하면 이미 指摘한 바와같이 制約量策定에 있어서 68年度 全産業의 것을 取했고 또 各係數를 計算할때도 資料의 未備로 因해서 全産業의 것을 取했기 때문이다.

45) 그러나 現在 採擇되고 있는 方式의 基底가 뜻하는 産業보다 낮은 制限條件을 滿칠수가 있다.

<표 32>

最 終 結 果 整 理

變 數	實 際 的 表 現	最 適 值	Simplex 乘 數	
			活 動	乘 數 值
2 (x_2)	纖 維	159,999.0960	x_1 (第 1 次 및 鑛業)	0.0333
3 (x_3)	製材木製品	29,021.9694	x_8 (化 學 製 品)	0.7721
4 (x_4)	紙類 및 그 製品	23,846.5406	x_{10} (유 리 土 石)	0.4809
5 (x_5)	印 刷 出 版	33,509.7135	x_{11} (第 1 次 金 屬)	0.0204
6 (x_6)	皮 革	11,287.8358	x_{16} (其 他)	0.6503
7 (x_7)	고무 및 그 製品	24,071.6432	y_3 (製材木材)	0.7067
9 (y_9)	石油石炭製品	67,217.1495	y_4 (紙類 그 製品)	0.3333
12 (x_{12})	金 屬 製 品	28,452.9602	y_5 (印 刷 出 版)	0.1754
13 (x_{13})	機 械	7,275.3642	y_6 (皮 革)	0.3038
14 (x_{14})	電 業 機 器	34,218.9469	y_9 (石 油 石 炭)	0.6074
15 (x_{15})	輸 送 用 機 器	231,912.0674	y_{12} (金 屬 製 品)	0.2822
17 (x_{17})	第 3 次 產 業	964,818.8083	y_{14} (電 業 機 器)	0.3136
18 (y_{10})	유리土石의 Slack	3,499.2884	y_{15} (輸 送 用 機 器)	0.2658
19 (y_1)	第1次産業 및 鑛業의 Slack	456,008.0945	y_{17} (第 3 次 產 業)	0.8664
20 (y_2)	纖維의 Slack	75,325.9015	y_{18} (勞 動 力)	0.0035
25 (y_7)	고무 및 그 製品의 Slack	2,908.1896	y_{19} (有 形 固 定 資 產)	0.0002
26 (y_8)	化學製品의 Slack	44,958.4475	y_{20} (電 力)	0.0574
29 (y_{11})	第1次金屬의 Slack	35,159.5657		
31 (y_{13})	機械의 Slack	41,846.1876		
34 (y_{16})	其他의 Slack	28,842.7236		
39 (y_{21})	貸出資金의 Slack	71,009.9622		
$Z_j - C_j$		1,094,488.250824 百萬원		

Slack 變數인 y_j 의 크기로 봐서 第3次産業, 製材木材, 石油石炭, 紙類 및 그 製品部門에서 比較的 높은 隘路를 나타내고 있는 것을 알 수가 있다. 따라서 該産業部門에 對한 最終需要를 더욱 增加시키는 政策이 實施되어야만 X財關聯財産業의 附加價值寄與가 더 커진다고 할 수 있다. 多幸히도 X財關聯財産業에 限해서 본다면 勞動力, 有形固定資產, 電力과 같은 供給要因이 큰 隘路點이 되지 않고 있다고 할 수 있다. 이러한 Simplex 乘數에 依한 投資選擇을 하지 않은 경우에는 그것을 無視하고 政策의 目標式을 導入해야 할 것이다.

四. 結 論

以上은 線型計劃의 實際的適用에 關한 方法論이다. 方法論이기 때문에 그것은 具體的이고 體系的이며 科學的인 것이 되어야 한다. 實際的인 企業의 資料와 그 企業製品의 關聯財産業關聯表를 利用했다는 點에서 具體的이라는 條件을 具現시켰고 線型計劃法을 微視的觀點에서 그리고 巨視的觀點에서 適用시켰다고 하는 點에서 體系的이며 얻은 數值를 一一히 檢討하고 그것을 基礎로 해서 얻은 어떤 成果와 實際的인 結果를 比較했다는 點에서 科學的이었다고 생각한다. 다만 取扱하는 數值自體가 資料의 未備로 因해서 어떤 制約點이 되었

다는 것을 是認 아니 할 수가 없다. 그러나 取扱하는 數値가 未備었다는 事實은 本論의 全般的인 흐름에 悲觀的인 見解를 주지는 않으리라고 믿는다. 왜냐하면 資料의 未備함은 企業 或은 더 나아가서 統計當局者들의 努力에 의해서 完備를 期할 수가 있기 때문이다. 問題는 얻어진 數値를 線型計劃에서 어떻게 取扱하고 어떻게 處理할 것인가 하는 主體의 態度가 重要的 것이다.

이러한 思考方式은 筆者가 이 論文을 執筆하는데 끝이는 것이 아니고 더 나아가서 企業經營者 或은 國民經濟의 政策樹立當局者에게도 關聯되는 問題라고 생각할 수가 있다. 왜냐하면 企業의 科學的인 運營管理, 或은 國民經濟에 있어서의 資源의 合理的利用 乃至 重點의 產業育成支援方向決定은 資料의 正確한 管理, 그것에 의한 計劃樹立이 要請되기 때문이다. 이러한 科學的인 態度는 企業內部에서 하는 或은 國民經濟內部에서 하는 實質的인 經濟成長을 達成하는 길이기도 하다. 量的이고 表面的인 經濟成長을 이룩한 反面에 韓國經濟는 內面的으로 解決되지 않으면 안될 質的問題에 直面하고 있다. 이러한 時點에서 韓國經濟의 問題點은 抽象的이며 循環論에 빠지기 쉬운 過去의 問題提示의 理論 或은 分析態度로서는 解決되지 않을 것이다. 從前과는 좀 色다른 어떠한 分析武器가 導入되고 뚫지 못하고 있는 韓國經濟의 問題點이란 壁을 뚫어야 할 것이다. 이 論文의 窮極的인 目的은 이點에 있다고 할 수가 있을 것이다.⁴⁶⁾

46) 이點에 關해서 想起되는 것은 Leontief 教授가 American Economic Review에서 「理論의 假定과 觀察不能한 事實」이란 題目에서 model 構成의 萬能을 排撃한 事實이다. (그 內容에 關해서는 經濟評論 72年 7月號 參照) 그러나 Leontief 教授가 直面하고 있는 經濟現實과 우리가 서있는 經濟現實은 判異하다. Leontief 教授의 말은 高度로 計量經濟學分野가 發展된 結果에서 얻은 結論인 것이다. 이것을 그대로 우리가 받아 들이기에는 아직 時期尙早라고 본다. 왜냐하면 우리는 아직 計量經濟學分野에서 草創期라고 할 수가 있기 때문이다. 우선 計量經濟學이 무엇인가를 徹底히 알아야 한다. 그렇게하기 위해서는 計量經濟學을 實際적으로 利用하고 經濟現實을 分析批判해 봐야 할 것이다. 美國과 같은 過程을 完全히 밟은 然後에 綜合적으로 判斷해야 할 것이다.

A Study on the Methodology of Applying Linear Programming to the Actual Management and Industrial Examples

CHANG-WHAN OH

Professor

College of Commerce

Chonnam National University

ABSTRACT

The aim of this study is to show the concrete methodology of applying linear programming to the actual management and the industrial examples. By doing so, we shall clarify the essential necessity for the problem of the optimal allocation of resources and the problem of the selection of programming.

The methodology is divided into two parts: one is of the application to the micro-economics and the other to the macro-economics. The micro-application deals with the actual data of S company in Kwangju City which manufactures goods X chiefly. In the macro-application we handle the I.O. table connected with the goods X, which is framed from "the I.O. table in 1966 of B.O.K."

1. The Micro-Application

By the least square method, we seek for the three first-order equations about the relation between the output and the profit per a unit of three manufactured goods X_1 , X_2 , and X_3 from the data, and find out by testing their correctness that the data should be prepared for and put in good order by the firm in a more exact and careful way. However, we neglect such a default fact as a given condition to offer the actual concrete application method of linear programming.

The whole of the first-order equation, containing both the regression number and the regression coefficient, plays an important part in deciding the relation between the output and the profit per a unit.

Supposing the first-order equation of the goods X_1 , for instance, $ax_1 + b$ cannot take the negative value, we can represent it as the absolute value

$|ax_1 + b|$. If we express $|ax_1 + b|$ as λ_1 , non-negative variable, the objective function in this model is written as shown below:

$$\begin{aligned}\max. Z &= |ax_1 + b| + |cx_2 + d| + |ex_3 + f| \\ &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3\end{aligned}$$

where $\lambda_j \geq 0$, $j = 1, 2, 3$,

At the same time, each of $|ax_1 + b|$, $|cx_2 + d|$ and $|ex_3 + f|$, must be contained in the constraints as follows, in order to connect the objective function with the constraints.

$$-ax_1 + \lambda_1 = b, \quad -cx_2 + \lambda_2 = d, \quad -ex_3 + \lambda_3 = f$$

because they are secured from the equations, $ax_1 + b - \lambda_1 = 0$, $cx_2 + d - \lambda_2 = 0$ and $ex_3 + f - \lambda_3 = 0$.

The constraints but these are decided by the statistical handling of the data as for the input of raw materials.

The optimal allocation of resources is sought for in Model I, but it does not accord with the reality, for example, the sale and the production condition of the firm, because the important manufactured goods of this firm, X_1 , is not at all produced in this model. Thus the firm must change the programming by the policy with regard to the satisfaction of the sale condition of X_1 and X_2 . This means the new introduction of $x_1 \geq 25,000$ and $X_2 \geq 12,500$ into the constraints. This is dealt with in Model 2. However, we find that the goods X_3 is overproduced in this model, by the simplex method. Naturally, the production of the goods X_3 is restricted in Model 3. The condition of $x_3 \leq 4,100$ is newly introduced into the constraints of Model 2 as the policy-aim. The optimal solution of Model 3 also shows the overproduction of goods X_2 . The firm, by nature, must restrict the production of the goods X_2 to $X_2 \leq 1,500$ as the policy-aim in order to prevent the reduction of the price of X_2 . Model 4 treats it. Compared with the reality of the firm, the optimal solution of Model 4 by the simplex method shows not only to be improved in the total profit and the utilization of raw materials, but to be bottlenecked in raw material C. For the sensitivity analysis the inverse A is acquired from the optimal solution of Model 4.

It is necessary to recognize the fact that the change of programming for the attainment of the goals results in the reduction of the value of the objective function. In other words the effort for the achievement of the goals by the firm reduces the total profit in the sacrifice of the optimal allocation of resources. Such result appears itself through the use of the simplex method.

2. The Macro-Application

The macro-application is done on the basis of the I.O. table connected with goods X which is produced in S company. In this case the objective function of the Model is represented as the maximization of the value added by each industry connected with the production of the goods X. The value-added ratio, $\frac{y_j}{x_j}$ (where y_j = the value-added in the jth industry, and x_j the production-value in terms of money in the jth industry) is computed for this purpose. Besides the constraints secured by (I-A) in the Leontief system, we must add the new constraints of the labour, the fixed assets, electric power and the loans. For this purpose, we must compute the $\frac{n_j}{x_j}$, $\frac{k_j}{x_j}$, $\frac{e_j}{x_j}$, and $\frac{l_j}{x_j}$ where n_j = the number of employees in the jth industry, k_j = the fixed assets value in the jth industry, e_j = the amount used of electric power in the jth industry, and l_j = the loans to the jth industry. For convenience' sake, we call each the labour coefficients, the fixed assets coefficients, the electric power coefficients and the loans coefficients.

Thus the macro model is written as follows:

$$\begin{aligned} &\text{max. } CX \\ &\text{s.t. } (I-A)X \leq D \\ &\quad UX \leq L \\ &\quad X \geq 0 \end{aligned}$$

where C: the row vector of the value-added ratio.

X: the column vector of the production.

(I-A): the matrix of the input-output coefficients.

U: the matrix of each ratio of labour, fixed assets, electric power and loans.

D: the column vector of the final demand.

L: the column vector of the limit amount of labour, fixed assets, electric power and loans.

To put it concretely, this system consists of the 40 variables and the 23 equations. Therefore, this must be computed by the computer. The optimal solution is secured by repeating 20 times the computation. By the simplex multipliers of the optimal solution, we can discriminate the criterion and the direction of the investment-decision.

It is in urgent need that the management in the firm and the policy-maker in the national economy should base on the scientific programming enough to attain the qualitative growth. Linear programming must be employed for

this purpose, because it can afford us the mighty weapon for the resources-allocation and the programming-selection.

The employment of linear programming to the management and the mobilization plan of resources in the national economy enables us to procure the more rapid progress from the inside of the firm and the national economy. It is the optimal allocation of resources in the true meaning of words.