공교육비의 민간 부담과 출산율 선택*

김 봉 주**

논문초록

계층 간 소득격차에 따라 정부가 공교육비를 조세나 민간 부담을 통해 어떻게 조달하는 것이 최적인지를 살펴본 후 다음의 결론을 얻었다. 첫째, 특정시점의 최적 교육체제는 계층 간 소득격차가 큰 경우 무상교육이고, 소득 격차가 작은 경우 민간의 교육비 분담이다. 둘째, 소득격차가 매우 클 때, 균제상태에서 무상 공교육을 제공하는 것이 최적이고 안정적이며 유일한 균제상태를 갖는다. 셋째, 소득격차가 클 때, 균제상태를 갖지 않고 인구 비율은 순환할 수 있다. 넷째, 소득격차가 적을 때, 균제상태에서 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적이고, 복수의 균제상태를 가지면서 안정적이지 않은 균제상태도 있다. 마지막으로 소득격차가 매우 작을 때, 민간의 교육비 분담이 최적이며 안정적이고 유일한 균제상태를 갖는다. 이러한 결과는 무상교육에서 가계가 교육비를 직접 부담하지 않아 초래된 출산율 선택의 왜곡에서 비롯된다. 따라서 소득 불평등이 높아 형평성 제고가 우선시되지 않는 한 이러한 왜곡의 비용이 크기 때문에 최적 교육체제는 민간의 교육비 분담이다.

핵심 주제어: 최적 공교육비 부담, 출산율 결정, 소득격차(비율)
경제학문헌목록 주제분류: D3, D5, D9, J2

투고 일자: 2015. 2. 16. 심사 및 수정 일자: 2015. 8. 10. 게재 확정 일자: 2015. 9. 23.

* 이 논문에 소중한 시간을 할애하여 학문적 기여도를 높이는데 필요한 격려와 통찰력있는 조언을 해주신 익명의 두 분의 심사위원님들, 자문위원님, 그리고 송경모 박사님께 깊이 감사드린다. 여기에 게재된 내용은 저자 개인의 견해이며, 저자가 소속한 기관의 견해를 포함하지 않는다.

** 국회입법조사처 산업자원팀장, e-mail: kbongju@gmail.com

Ⅰ. 서 론

현대사회의 교육체제는 크게 공교육과 사교육으로 구분되는데, 교육을 국가 또는 국가에 준하는 단체가 통제하고 지원하는 형태로 이루어진 체제를 공교육체제라 하고, 교육을 국가의 통제 하에 두지 않고 가정이나 사회 구성 집단의 자발적 활동에 맡기는 체제를 사교육체제라 한다(이돈희, 1999). 그런데 대부분 국가에서 공교육은 유초중고등학교와 대학교와 같은 각급의 학교를 통해서 이루어진다. 이러한 교육기관을 유지하기 위한 비용, 즉 제공되는 모든 교육 및 관련 행정지원을 위해 지출되는 비용을 공교육비라 한다. 이는 학부모의 총 교육비에서 과외와 같은 학교 외 교육, 즉 사교육에 지출하는 비용을 제외한 비용이란 의미에서 공교육비라 한다. 그런데 OECD 국가들은 다음과 같이 공교육비의 재원 부담을 정부와 민간이 나누어 하고 있다. 2011년 기준 공교육비 중 민간 부담의 상대적 비중(민간 부담률)이 OECD 평균은 16.1%로 2005년 대비 0.4%p 증가했다고 한다. 한국의 민간 부담률은 37.2%로 2005년 대비 3.9%p 감소한 것으로 나타났다(교육부 · 한국교육개발연구원, 2014).[1] 여기서 다음의 사항을 알 수 있다. 첫째, 한국의 경우 2011년 기준으로 교육비의 민간 부담률이 OECD 평균에 비하여 21.1%p 높았지만 그 격차는 축소되고 있다. 둘째, OECD의 대부분 국가들은 재정상의 이유 등으로 교육비의 민간 부담률을 다소 높이고 있다. 셋째, 대부분 OECD 국가들은 정도의 차이는 있지만 공교육비의 일부를 민간이 분담한다는 사실도 알 수 있다.

우리나라에서 반값등록금 논란, 국공립대학들의 기성회비[2] 반환 소송 등에서 공교육비의 정부 부담 확대가 직, 간접적으로 거론되고 있다. 하지만 정부 재정 부담의 증가, 대학교육의 내실화 저해 등을 이유로 이에 대해 반대하는 입장도 있다.

---

1) 정부 부담률은 국내총생산(GDP) 대비 '정부에서 교육기관에 직접 지출한 총액+학생가계 지원금+민간이전금 등'의 백분율이고, 민간 부담률은 '등록금 등 민간 부담금+학교법인 등 기타 민간 교육부담금-정부의 민간이전금'의 백분율을 나타낸다. OECD 주요국의 교육비의 민간 부담률을 보면 핀란드 2.4%, 프랑스 10.6%, 독일 13.6%, 영국 25.1%, 일본 30.5%, 미국 32.1%, 칠레 40.1% 등이다.

2) 그 동안 국공립대학들은 입학금과 수업료 외에 학부모로부터 기성회비를 징수해 부족한 학교 운영비로 사용했다. 기성회비를 받을 수 있었던 근거는 1963년 제정된 문교부 훈령인데, 이에 따르면 입학금과 수업료 외에 기성회비를 징수해 학교 운영비에 쓸 수 있다. 그러나 훈령은 행정명령일 뿐 현재 기성회비에 관한 법률은 따로 없어 이에 대한 반환소송이 제기되었고, 이를 대체할 재원 확보방안이 논의되고 있다.

이러한 상황을 염두에 두고, 이 연구는 정부와 민간 간의 공교육비 적정 분담의 결정에 대해서 살펴본다. 구체적으로 정부가 공교육을 제공할 때 공교육비의 민간 부담률을 공약한 후 부모가 자녀수를 결정하는 경제에서 장, 단기 균형을 살펴본다. 특히 소득분배가 변화할 때 무상교육을 포함하여 어떤 수준으로 공교육비의 민간 부담률을 정책적으로 결정하는 것이 사회적으로 최적인지를 분석한다.

이 논문은 모형 내에서 부모가 공교육비의 부담률에 따라 자녀수를 선택할 수 있는 내생적 출산율(endogenous fertility) 모형을 가정했다. 이와 관련된 기존 연구들을 살펴보면 다음과 같다. 기본적으로 자녀수를 결정하는데 부모의 소득과 자녀를 키우는 비용을 강조한다. 즉 이들은 Becker and Barro(1988)와 같은 내생적 출산율 결정 모형을 분석에 활용하는데, 부모는 자녀수와 함께 1인당 교육 투자를 결정한다. 그런데 두 개의 선택변수는 부모의 가용한 시간, 소득 등의 제약 내에서 가능하므로 부모는 자녀의 양과 질을 선택할 때 상충관계에 직면한다. 예를 들어, 많은 자녀를 양육하는 것이 너무 비용이 많이 들고 자녀의 질에 투자하는 것이 유리하다면, 부모는 적은 수의 자녀를 갖고 자녀의 질을 향상하기 위해 더 많이 투자를 하기를 원한다. 이러한 모형에 기초하여 De La Croix and Doepke(2003)는 부유한 부모는 더 많은 교육을 제공할 여유가 있어 교육은 부모의 소득에 따라 증가하지만, 자녀를 양육하는 시간의 기회비용은 고소득가계나 높은 교육수준을 지닌 어머니에게 높기 때문에 출산율은 소득에 따라 감소함을 보였다. 즉 저소득가계는 많은 자녀를 갖고 교육에 적게 투자하는 결정을 한다. 또한 소득분배의 형평성이 나빠지면 고소득층과 저소득층 사이의 출산율 격차가 증가하고, 적은 교육 투자를 제공하는 가계의 비중이 높아져 인적자본의 축적 수준이 낮아지며, 경제성장률을 낮춘다는 것을 보였다. De La Croix and Doepke(2009)의 내생적 출산율 결정 모형에서 사교육체제는 무상 공교육에 비해 다음의 장점을 갖는다. 부모가 무상 공교육에 참여하는 경우 교육비의 부담을 모든 납세자에게 전가하므로, 그들이 자신의 자녀의 교육비를 부담할 때 선택할 자녀수보다 더 많은 자녀수를 갖게 된다. 하지만 부모가 자녀를 사립학교에 보내면 추가적인 자녀의 한계 교육비용을 고려하게 되므로 이러한 외부성은 사라지게 된다. 이때 더 많은 부모들이 사립학교에 자신의 자녀를 보내어 공교육체제에서 이탈할 때, 공교육에 대한 총지출은 감소하지만 공교육의 재원이 소수의 학생들에 집중되어 학생 1인당 지출, 즉 교육의 질은 향상될 수 있음을 보였다. 이러한 결과는 불평등의 정도가 커질수록 더 높은 과세를 하여 재분

배를 해야 한다는 문헌들과 대비된다.

이 논문은 De La Croix and Doepke(2009)의 내생적 출산율 모형을 다음과 같이 일반화하여 최적 공교육비의 민간 부담률을 살펴본다. 첫째, 그들은 공교육체제에서는 교육비를 전액 정부 재정으로 충당한다고 가정했다. 하지만 앞의 OECD 국가의 사례처럼 실제로 공교육제도를 택하면서도 교육비의 상당 부분을 가계가 부담하도록 하는 경우가 많다. 따라서 이 연구에서는 공교육비를 정부의 재정으로뿐만 아니라 민간도 부담할 수 있고, 정부가 세율뿐만 아니라 민간부담 교육비를 사전에 공약할 수 있다고 한다. 둘째, 그들의 연구에서 교육비 지출을 전액 소득공제한다고 가정했는데, 이 논문에서는 정부가 교육비 지출에 대한 소득 공제율을 변화시켜 정책변수로 사용할 수 있다고 한다. 따라서 우리의 모형에서 민간부담 교육비, 세율, 소득 공제율을 정부가 사전에 공약하고 부모는 이러한 정책을 신뢰하고 출산율을 결정한다. 여기서 소득분배가 변화하는 경우 어떤 수준으로 공교육비의 민간 부담률을 결정하는 것이 사회적으로 최적인지를 분석한다.

우리의 논문과 관련된 다른 논문으로 내생적 출산율 모형을 이용하여 소득분배의 동학을 연구한 Kremer and Chen(1999)을 들 수 있다. 그들은 전문직과 비전문직의 출산율 격차와 소득 불평등의 정의 귀환효과(feedback)가 복수의 균제상태(steady state)를 초래한다는 것을 보였다. 특히 전문직의 초기 비중이 충분히 크다면, 전문직과 비전문직의 임금과 출산율 격차는 작아져서 경제가 낮은 불평등(임금격차)의 균제상태로 수렴한다는 것을 보였다. 하지만 전문직의 초기 비중이 너무 작다면, 불평등이 자기 강화를 하여 낮은 전문직 비중과 전문직과 비전문직 간의 큰 불평등(임금격차)의 균제상태로 수렴한다는 것을 보였다. 우리의 모형도 소득격차가 작은 경우 Kremer and Chen(1999)과 같이 복수의 균제상태가 존재하는 것을 보였다. 하지만 그들의 모형은 우리와 달리 성년자의 효용함수가 교육의 질에는 의존하지 않고 자녀수에만 의존한다고 가정하였다. 그에 따라 출산율은 소득에 반비례하는 결과를 얻고 있다. 이에 반하여 이 연구의 모형은 성년자의 효용함수가 교육의 질에 영향을 받기 때문에 민간부담 교육비를 고려하는 경우 출산율이 소득에 비례할 수 있다. 더 나아가 그들은 교육비, 세금 등에 대한 정부의 최적 정책을 고려하지 않았다는 점에서 이 논문과 차이가 있다.

이 논문은 반값등록금 논쟁과 관련하여 대학교육에 초점을 맞추고 교육의 외부성은 없다고 가정하고 분석을 전개한다.[3] 제Ⅱ절에서는 기본모형을 제시하고, 제Ⅲ

절에서는 최적의 교육비 민간 부담률과 장, 단기의 균형을 살펴보고 그 특성을 분석한다. 마지막으로 제Ⅳ절에서는 이 연구의 시사점과 향후 과제를 제시한다.

Ⅱ. 기본모형

경제 내의 각 사람은 두 기간, 즉 미성년기와 성년기에 걸쳐 생존한다고 가정한다. 시간은 이산적으로 흐르는데 현재인 1기부터 ∞로 흐른다. 특정 시점에 두 세대에 속하는 사람이 중복되어 있고, 성년자가 모든 의사결정을 한다. 경제는 두 가지 유형의 사람들, 즉 계층 1과 계층 2로 구성된다.[4] 또한 계층 i에 속하는 개인은 x_i의 한계 생산물(marginal product)을 산출할 수 있다(단, $i=1,2$). 현재 시점인 1기의 전체 인구를 1로 정규화하고 계층 1의 인구수를 p_1으로 표시한다(단, $0<p_1<1$). 또한 생산(y)은 각 계층 유효 노동단위(l_i)에 대해 선형(linear)인 $y=x_1l_1+x_2l_2$이라고 가정한다. 이러한 선형 생산함수를 지닌 경제에서는 계층 i에 속하는 사람의 임금수준은 각 사람들이 기여한 한계 생산물(x_i)과 같다. 소비재는 유일한 생산요소인 노동을 사용하여 경쟁 기업에 의해 생산되고 이를 가격이 1인 단위재(Numeraire)로 가정한다. 인적자본을 얻기 위해 자녀는 교사들에 의해 교육받아야 한다. 편의상 교사의 임금(z_t)은 경제의 평균 소득과 같다고 가정한다.[5] 즉 $z_t=p_tx_1+(1-p_t)x_2$이다. 모든 학생에게 균질적 교육의 질을 보장하는 교육 투자 e가 무상 또는 유상으로 제공된다. 부모는 자녀의 교육이나 교육지출을 자유롭게 선택할 수 없고, 정부가 교육 투자(e)와 민간이 부담할 교육비(d)를 결정한다. 이 체제에서 민간이 부담하지 않은 교육비는 소득세에 의해 보전된다. 따

3) 이와 관련하여 이영(2012)도 "대학 졸업자들이 새로운 아이디어를 내 사회발전을 유도하고 모범적인 사회적 구성원으로 행동한다는 측면에서 대학교육은 외부성을 갖고 있다. 하지만 대학교육이 갖는 외부성은 매우 낮으며, 기본적으로 대학교육은 본인의 전문성을 높이기 위한 사적 투자의 성격을 띠고 있다."고 한다.

4) 두 가지 유형의 사람들은 두 계층을 각각 대표하는 대표적 개인을 가정한 것이다. 각 유형의 대표적 개인은 그 집단에 속하는 다수의 사람들의 소득, 자녀수 등을 평균한 값을 속성으로 갖는다. 예를 들어 소득 5분위별 유배우 여성의 평균 출생아수(25~44세)는 2009년 소득 1분위 가구 1.44와 소득 5분위 가구 1.78과 같은 것이다〔통계청(2010)〕. 이하에서 각 계층의 대표적 개인을 편의상 개인, 부모 등으로 표기한다.

5) 이는 모든 부모가 자신의 임금에 관계없이 동일한 교육비용을 갖는다는 가정이다.

라서 정부는 1인당 교육 투자(e), 1인당 민간부담 교육비(d)와 소득세율(v)을 결정한다. 계층 2(전문직)의 사람의 한계 생산물(임금) x_2가 계층 1(비전문직)의 한계 생산물(임금) x_1보다 더 크다고 하자. 제t기의 i계층의 대표적 성인은 자신의 소비 c_t^i와 자녀수 n_t^i[6]를 결정하고, 그의 효용함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\ln(c_t^i)+\gamma\left[\ln(n_t^i\pi_t^i)\right]=\ln(c_t^i)+\gamma\left[\ln(n_t^i)+\ln(\pi_t^i)\right], \tag{1}$$

단, π_t^i는 t기의 i계층의 자녀가 다음 기에 성공할(고소득계층이 될) 확률임.

위의 효용함수는 부모들은 자신의 소비뿐만 아니라 자녀의 후생에 관심을 갖는다는 것을 반영한 것이다. 즉 부모가 관심을 갖는 자녀의 후생은 (1)식의 등호 좌측에서 보는 것처럼 자녀수(출산율) n과 자신의 자녀가 고소득계층이 될 확률 π의 곱이 증가함에 따라 높아진다. 여기서 매개변수 $\gamma \in R^+$는 부모가 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치이다. 그런데 로그함수의 성질에 의하여 (1)식의 등호 우측과 같이 변형할 수 있다. 따라서 부모의 효용은 소비의 자연대수 값에 자녀수의 자연대수 값 및 고소득층이 될 확률의 자연대수 값의 합을 γ로 할인한 값을 더한 것이다.

i계층에 속하는 부모의 자녀가 t기에 고소득층이 될 확률을 $\pi_t^i=\mu_i e_t^\eta$라 가정한다.

이 확률은 자녀가 받는 교육 투자 e의 증가함수이다. 여기서 η와 μ_i는 다음과 같이 정의되는 상수이다. 먼저 η는 교육 투자의 증가율에 대해 자녀가 성공할 확률의 증가율, 즉 교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성임을 알 수 있다. 그런데 매개변수 η의 크기가 1을 넘으면 위의 최적화 문제는 해를 갖지 않으므로 $\eta \in (0,1)$을

6) 여기서 자녀수(출산율)는 성인 1인당 자녀수(출산율)가 n이라는 것을 의미한다. 따라서 여성 1명이 평생 동안 낳을 것으로 예상되는 평균 출생아수의 개념인 합계출산율과는 다른 개념이다. 통상 성인 2인으로 구성된 가계는 $2n$의 자녀수를 갖게 되므로, 여기서 자녀수(출산율)는 대략 합계출산율의 절반이다. 김인철(2014)은 현대국가에서 부부소득이 증가하면 자녀수를 올리는 효과가 있는 반면에, 여성의 소득이 증가하면 자녀수를 내리는 효과가 있다고 한다. 후자의 경우 자녀출산과 양육비용의 상승에 따라 자녀수 감소효과가 소득증가에 따른 자녀수 증가효과보다 우세하여 여성의 소득증가는 자녀수를 감소시키는 것이다. 이 연구에서는 이러한 남성과 여성 사이의 소득 증가에 따라 출산율에 주는 비대칭적 영향은 고려하지 못한다.

가정한다.[7] 이러한 가정은 교육 투자가 증가하면 자녀가 고소득계층이 될 확률은 높아지지만 그 확률은 체감적으로 증가한다는 것을 나타낸다.

다음으로 μ_i는 소득 계층 i에 대해 교육 투자 이외의 다른 요소가 성공할 확률에 주는 영향력을 반영한다. 다른 조건이 같을 때, 고소득계층의 자녀가 고소득계층이 될 확률이 저소득계층이 그렇게 될 확률보다 높다고 하자($\mu_2 > \mu_1$).[8] 이러한 가정의 실증적 논거는 다음과 같다. 우선 한국직업능력개발원이 실시한 한국교육고용패널조사 데이터를 분석한 결과 상위 1~30위 대학과 지방거점국립대학에는 월소득 100만 원 이하 계층 자녀가 9.1%, 월소득 400만 원 초과 계층 자녀가 41.2% 진학하고 있다고 한다(한국직업능력개발원, 2013). 다음으로 대학서열 상위대학의 졸업자가 노동시장에서 임금 프리미엄을 받는다는 연구도 있다(김진영, 2011). 이러한 두 가지 사실을 함께 고려하면 위의 가정은 타당성을 갖는다고 할 수 있다.

논의를 단순화하기 위해 μ_i를 π_t^i가 $(0,1)$의 구간의 값을 갖게 정의한다. P_t^i를 t기의 계층 i의 인구수로 정의하면 다음과 같이 소득 계층별로 인구가 전개됨을 알 수 있다. 계층 1의 인구(P_1^t)는 다음과 같다.

$$P_{t+1}^1 = [n_t^1(1-\pi_t^1)P_t^1 + n_t^2(1-\pi_t^2)P_t^2],$$

$$P_{t+1}^2 = [n_t^1\pi_t^1 P_t^1 + n_t^2\pi_t^2 P_t^2],$$

단, $P_1^1 = p_1$이고 $P_1^2 = 1 - p_1$임.

여기서 t가 2기 이상이면, 계층 1의 인구 비율(p_t)은 $P_t^1/(P_t^1 + P_t^2)$임을 알 수 있다. 이러한 인구비율(p_t)을 이용하면 각 시점에서 평균 출산율($\overline{n_t}$)를 구할 수 있다.

t기의 i계층의 부모의 효용함수는 다음과 같다.[9]

---

7) η가 1을 넘으면 부모는 임의의 낮은 수준의 자녀수와 높은 수준의 교육수준을 선택함으로써 효용수준을 무한대로 증가시킬 수 있다(De La Croix and Doepke, 2009).

8) 교육 투자 이외에 성공할 확률에 영향을 주는 요소로 부모에 의한 가정 내 교육과 학교의 교육환경을 들 수 있다. 그런데 소득이 높은 계층일수록 취학 전과 후의 가정에서 받는 교육의 질이 높다할 수 있다. 또한 공교육을 유지한다 할지라도 거주지 인근 학교에 배정하는 시스템을 갖는 경우 고소득계층의 자녀가 좋은 교육 환경을 가진 학교에 재학할 가능성이 높기 때문에 이러한 가정은 타당하다고 할 수 있다.

9) 부모의 효용함수 3번째 항은 자연대수의 성질에 의해 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향

$$\ln(c_t^i)+\gamma\ln(n_t^i)+\gamma\ln(\mu_i e_t^{\eta}).$$

정부는 교육 투자(e), 자녀 1인당 민간의 교육비 부담(d)과 소득세율(v)을 결정한다. 이때 부모는 무상교육이 아닌 경우에는 자신의 소득에서 교육비용을 지급한다. n명의 자녀를 사적으로 교육하는 총비용은 nd로 주어진다. 정부가 민간이 부담한 교육비를 소득공제하는 정책을 사용한다면, 민간 세후 교육비의 부담은 감소할 것이다. 그런데 우리의 모형은 정부가 두 계층 모두에 같은 세율로 세금을 부과하고 두 계층 모두가 동일한 교육비를 부담한다고 가정하고 있어, 교육비를 소득공제하는 것은 사회후생을 변화시키지 않는다는 것을 쉽게 보여줄 수 있다.[10] 따라서 일반성을 잃지 않고 교육비 소득공제는 앞으로 고려하지 않는다.

교육비용 이외에도, 자녀 한 명을 양육하는데 $\Phi\in(0,1)$의 비율로 부모가 시간을 투입하는 것이 필요하다고 하자. 임금 x_i를 받는 사람의 예산제약은 다음과 같이 주어진다.

$$c_t^i=(1-v_t)x_i(1-\Phi n_t^i)-d_t n_t^i. \tag{2}$$

이제 (2)식을 효용함수 (1)식에 대입하면 부모의 효용함수는 다음과 같다.

$$u_t^i=\ln[(1-v_t)x_i(1-\Phi n_t^i)-d_t n_t^i]+\gamma\ln n_t^i+\gamma\ln(\mu_i e_t^{\eta}). \tag{3}$$

주어진 정책변수인 교육비 부담(d_t), 교육 투자(e_t), 세율(v_t)에 대하여 계층 i의 부모는 효용을 최대화하는 다음의 자녀수 n_t^i(단, $i=1,2$)를 선택한다.

$$n_t^i=(1-v_t)\gamma x_i/\left[(1+\gamma)[d_t+(1-v_t)\Phi x_i)]\right]:=n_t^i(d_t,v_t). \tag{4}$$

력의 자연대수 값을 γ로 할인한 것과 교육 투자의 자연대수 값을 $\gamma\eta$로 할인한 것으로 표시할 수 있다.

10) 이 논문에서처럼 교육의 질과 교육비가 정부에 의해서 획일적으로 결정되는 교육기관 외에 사립초등학교, 국제중, 자율형 사립고, 외국어고, 사립대학교와 같이 이를 달리 책정할 수 있는 교육기관이 있는 소위 혼합교육체제에서, 교육비 소득공제 여부가 사회 후생수준에 영향을 주는 것을 보여줄 수 있다(김봉주ㆍ김승년, 2014).

여기서 $sign[\partial n_t^i/\partial x_i] = sign[(1-v_t)\gamma d_t/(d_t+(1-v_t)x_i\Phi)^2] \geq 0$임을 알 수 있다.

단, 등호는 $d_t = 0$인 무상교육인 경우에만 성립한다. 따라서 부모가 교육비를 부담하면 소득에 관계없이 동일한 자녀수를 갖는 무상교육과 달리, 부모가 부유할수록 더 많은 자녀를 가지는 것이 최적이다.[11] 또한 부모의 교육비 부담, 즉 d_t가 증가하면 자녀수가 감소함을 쉽게 알 수 있다.

위의 (4) 식의 n_t^i를 효용함수 (3) 식에 대입하면, 효용함수를 세후 교육비 부담 (d_t), 교육의 질(s_t), 세율(v_t)에 의존하는 다음의 함수로 표시할 수 있다.

$$u_t^i = u_t^i(d_t, e_t, v_t). \tag{5}$$

이제 교육체제가 소득과 인구 동학에 의하여 어떻게 환류(feed back) 되는 지를 보기 위해 다음과 같은 가정을 한 후 시사점을 도출한다. 먼저 경제 내에는 계층 1 (저소득계층) 과 계층 2 (고소득계층) 가 있고, 각 계층의 자녀가 고소득층이 될 확률은 교육에 의존한다고 하자. 다음으로 각 계층의 인구구성비는 두 계층의 출산율에 영향을 받는다. 따라서 다음기의 소득계층의 비율은 각 계층이 고소득계층이 될 확률과 출산율에 의존하여 결정된다고 가정한다.[12]

Ⅲ. 민간 부담률과 장, 단기 균형

이 절에서는 정부가 공교육을 제공할 때 공교육비의 민간 부담률을 공약한 후 부모가 자녀수를 결정하는 경제에서 장, 단기 균형을 살펴본다. 먼저 정부가 공교육비 모두를 부담해야 하는 무상교육을 공약한 경우의 균형을 보자. 다음으로 정부가 공교육비의 일부 또는 전부를 민간에 부담시킬 수 있는 경우의 균형을 분석한다.

특정 시점 정부의 사회후생함수는 각 기간의 인구구성비율로 부모의 효용을 가중평균한 $W_t = p_t u_t^1 + (1-p_t)u_t^2$로 정의한다. 1단계에서 부모의 최적화로부터 구한

11) 이는 통계청(2010)의 2003~2009년 7개년 평균을 분석한 자료에서 35~44세 유배우 여성의 평균 출생아수는 가구의 소득 분위가 높아질수록 많아진다는 관측결과와 부합된다.

12) 동태적 분석 모형은 De la Croix(2013)를 참조하여 이 연구에 맞추어 구성한 것이다.

i 계층의 효용함수 (5) 식을 위의 사회후생함수에 대입하자. 이때 사회후생함수는 다음과 같이 정책변수의 함수로 표시할 수 있다.

$$W_t(d_t, e_t, v_t) = p_t u_t^1(d_t, e_t, v_t) + (1-p_t) u_t^2(d_t, e_t, v_t). \tag{6}$$

그런데 공교육을 제공하는 경우 매 기간마다 예산균형을 달성해야 하는 제약에 정부는 직면한다고 가정한다. 이 때 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} &p_t(z_t e_t - b_t) n_t^1(d_t, v_t) + (1-p_t)(z_t e_t - b_t) n_t^2(d_t, v_t) \\ &= p_t T_t^1 + (1-p_t) T_t^2. \\ &\text{단, } \ T_t^i = v_t[[1-\Phi n_t^i(d_t, v_t)]x_1 - \alpha_t b_t n_t^i(d_t, v_t)], \ \ i = 1, 2. \end{aligned} \tag{7}$$

(7) 식을 정리하면 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned} &p_t(z_t e_t - d_t) n_t^1(d_t, v_t) + (1-p_t)(z_t s_t - d_t) n_t^2(\bullet) = \\ &p_t v_t[(1-\Phi n_t^1(\bullet) x_1] + (1-p_t)[(1-\Phi n_t^2(\bullet) x_2]. \end{aligned} \tag{8}$$

여기서 예산제약도 세후 교육비 부담(d_t), 교육 투자(e_t), 세율(v_t) 에 의존한다는 것을 알 수 있다. 이러한 예산제약에 직면하여 정부는 (6) 식의 사회후생함수를 최대화한다. 그런데 위의 (8) 식에서 교육 투자(e_t) 를 교육비 부담(d_t) 과 세율(v_t) 로 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_t &= [d_t^2 z_t(v_t + \gamma) + d_t(1-v_t)[(x_1 + x_2) z_t v_t + x_1 \gamma]\Phi \\ &\quad + (1-v_t)^2 v_t x_1 x_2 z_t \Phi^2]/D := e_t(d_t, v_t), \\ &\text{단, } \ D = (1-v_t) z_t[\gamma d_t z_t + (1-v_t) x_1 x_2 \Phi]. \end{aligned} \tag{9}$$

따라서 예산제약에 직면하여 사회후생을 최대화하는 정부의 문제는 다음을 만족하는 민간의 교육비 부담(d_t) 과 세율(v_t) 을 구하는 것이라 할 수 있다.

$$\max \ W_t(d_t, v_t) = p_t u_t^1(d_t, e_t(d_t, v_t), v_t) + (1-p_t) u_t^2(d_t, e_t(d_t, v_t), v_t) \tag{10}$$
$$\text{subject to: } 0 \le v_t \le 1, \ d_t \ge 0.$$

여기서 우리는 정부가 민간 교육비 부담과 세율만을 정책변수로 사용하여 사회후생을 최대화할 수 있다는 사실을 알 수 있다.

1. 무상교육

교육과 관련하여 부모와 정부는 다음과 같이 시차를 두고 의사결정을 한다고 하자. 정부는 매 기간마다 균형 예산을 유지하면서 학생 1인당 공교육의 질(e_t), 소득세율(v_t), 민간의 교육비 부담(d_t) 등의 정책변수를 결정한다. 정부가 교육과 관련된 정책을 공약하면, 부모들은 출산율을 선택한다. 정부가 이러한 부모의 행동을 완전히 예측(perfect foresight)할 수 있다면, 정부의 문제는 다음과 같이 후방귀납법(backward induction)으로 최적화하는 것으로 해결할 수 있다. 즉 사람들의 최적 행동은 정책변수의 함수로서 결정되므로 정부는 이러한 의존성을 고려하여 최적정책을 선택한다. 그런데 앞의 (4)식은 부모의 출산율 선택을 나타내고, 정부가 무상교육을 공약한 경우에 $d_t = 0$이다. 따라서 이 경우 부모의 최적 출산율은 다음과 같다.

$$n_t^i = \gamma / [(1+\gamma)\Phi]. \tag{11}$$

이 경우에 자녀수는 소득에 관계없이 일정한데 소득효과와 대체효과가 정확히 상쇄되기 때문이다. 먼저 사람들은 부유할수록 더 많은 자녀를 가지려고 하지만, 자녀를 키우는데 투입되는 시간의 비용은 상승하고 이 경우 후자(대체효과)에 의해 전자(소득효과)가 완전히 상쇄된다.

부모의 최적 출산율을 이용하여 사회후생을 최대화하는 정부의 문제 (10)식을 정식화할 수 있다. 이를 풀어 최적 세율 v_t^*를 구하고 (9)식에 대입하면 예산 균형을 달성하면서 사회후생을 최대화하는 교육 투자 e_t^*를 얻을 수 있다.

$$v_t^* = \gamma\eta/(1+\gamma\eta),\ \ e_t^* = \eta\Phi/(1+\gamma\eta). \tag{12}$$

여기서 v_t^*와 e_t^*는 특정시점의 계층 1의 인구비율(p_t)에 의존하지 않는다는 사실을 알 수 있다. 이러한 사실을 이용하면 계층 1의 인구비율(p_t)의 동학이 유일한 균제상태(steady state)를 갖는다는 것을 보여줄 수 있다. 다음의 정리 1에서 이를 증명한다.

정리 1. $\mu_2 > \mu_1$라고 가정한다. t기의 계층 1 인구의 계층 2 인구에 대한 비중(이하 '계층 1 인구의 상대 비중'이라 함)을 r_t라 하자. 무상 교육체제에서 주어진 r_t의 동학, 즉 $r_{t+1} = f(r_t)$가 전역적으로 안정적인 하나의 균제상태를 갖는다.

증명. t기의 계층 1 인구의 상대 비중을 r_t라 하자. 이때 $r_t = P_t^1/P_t^2$이다. 주의할 점은 r_t의 정의에서 계층 1의 인구비율 p_t는 $r_t/(1+r_t)$라는 것을 쉽게 계산할 수 있다. 여기서 r_t의 동학이 유일한 균제상태를 가지면, p_t의 동학도 유일한 균제상태를 갖는다는 것을 알 수 있다. 따라서 p_t의 동학이 유일한 균제상태를 갖는다는 것은 r_t의 동학이 유일한 균제상태를 갖는 것을 보여주면 충분하다.

$$\pi_t^i = \mu_i e_t^{\eta},$$
$$r_{t+1} = f(r_t) = [n_{1t}(1-\pi_{1t})r_t + n_{2t}(1-\pi_{2t})]/[n_{1t}\pi_{1t}r_t + n_{2t}\pi_{2t}]. \tag{13}$$

먼저, 균제상태가 존재함을 보이려면, 함수 f가 R_+에서 연속함수이고 그것의 정의역에서 유한한 값으로 수렴하여 위로부터 유계임을 보여야 한다. 즉 $f(0) > 0$이고 상당히 큰 r에 대해 $f(r) < r$임을 보여주면 된다. 이때 적어도 하나의 $r^* = f(r^*)$인 r^*가 존재한다〔De la Croix(2013), p. 125 참조〕.[13] 이를 증명하면 다음과 같다.

무상 공교육체제에서 $n_t^i = \gamma/[(1+\gamma)\Phi]$ (단, $i = 1, 2$), $v_t = \gamma\eta/(1+\gamma\eta)$, $e_t =$

13) r^*는 함수 $f(\bullet)$의 고정점(fixed point)이다. 앞의 조건들이 충족되면 고정점 정리(fixed point theorem)에 의해 고정점이 적어도 한 개가 존재한다. 그런데 경제학에서 다른 의미를 갖고 고정점을 표현하는 여러 용어가 있는데, 균제상태도 그 중 하나다〔Acemoglu(2009), p. 44〕. 이하에서 고정점을 균제상태라 한다.

$\eta\Phi/(1+\gamma\eta)$이다. 따라서 v_t와 e_t는 r_t에 의존하지 않는 변수라는 것을 알 수 있다. 그러므로 π_t^i도 r_t에 의존하지 않는다. 이러한 사실로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\lim_{r\to\infty} f(r) &= \lim_{r\to\infty}(1-\pi_{1t})/\pi_{1t} = \lim_{r\to\infty}(1-\mu_1 e_t)/(\mu_1 e_t)\\ &= (1+\gamma\eta-\mu_1\eta\Phi)/(\mu_1\eta\Phi), \qquad (14)\end{aligned}$$

$$f(0) = (1-\pi_{2t})/\pi_{2t} > 0, \qquad (15)$$

$$f'(r_t) = [n_t^1 n_t^2(\pi_t^2-\pi_t^1)]/(n_t^1\pi_t^1 r_t + n_t^2\pi_t^2)^2 > 0. \qquad (16)$$

(14) 식에서 $(1+\gamma\eta-\mu_1\eta\Phi)/(\mu_1\eta\Phi)$이 유한하므로 상당히 큰 r에 대해 $f(r) < r$임을 알 수 있다. 따라서 f가 R_+에서 연속함수이고 그것의 정의역에서 유한한 값에 수렴하므로 균제상태는 존재한다.

(16) 식의 부등호는 $\mu_2 > \mu_1$의 가정이 $\pi_t^2 > \pi_t^1$을 함의하므로 성립된다. 그리고 (16) 식을 미분하면 $f''(r_t) < 0$가 성립하는 것은 쉽게 알 수 있다. 따라서 유일한 균제상태(고정점)를 갖는다는 것을 확인할 수 있다.

이제 (13) 식에서 균제상태의 r_t의 값을 r로 놓고 (11) ~ (12) 식을 (13) 식에 대입하면 다음과 같은 r에 대한 2차 방정식을 얻는다.

$$\pi_{1t}r^2 - (1-\pi_{1t}-\pi_{2t})r - (1-\pi_{2t}) = 0.$$

위의 2차 방정식의 판별식은 양수임을 쉽게 보여줄 수 있다. 따라서 두 개의 실근을 갖는데, 그것을 α와 β라 하면 $\alpha\beta = -(1-\pi_{2t})/\pi_{1t} < 0$임을 알 수 있다. 그러므로 두 개의 근은 서로 다른 부호를 갖는다. 그런데 계층 1의 인구의 상대 비중은 양수이므로 두 개의 근 중에서 양의 쪽을 취하면 다음과 같다.

$$r^* = [1-\mu_1 e_t^\eta - \mu_2 e_t^\eta + \sqrt{[(1-\mu_1 e_t^\eta - \mu_2 e_t^\eta)^2 + 4\mu_1 e_t^\eta(1-\mu_2 e_t^\eta)]}\,/(2\mu_1 e_t^\eta), \qquad (17)$$

단, $e_t = \eta\Phi/(1+\gamma\eta)$.

그런데 $p_t = r_t/(1+r_t)$이므로 $p^* = r^*/(1+r^*)$이다. ■

위 정리의 증명은 $f(r)$이 연속이고 감소하지 않는다는 가정에 의존한다. 이때 $r_{t+1}=f(r_t)$는 r_0가 주어졌을 때 단조수열이다. 여기서 하나의 균제상태로 수렴하는데 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 가지 않는다는 것을 증명할 수 있다. 예를 들어, 어떤 균제상태 $r^* \in R^+$를 고려하고 $r_0 \le r^*$를 가정하자. 이때 $r_0 \le r_1$이면, $r_1 = f(r_0) \le f(r^*) = r^*$이다. 여기서 $r_2 = f(r_1) \le f(r^*) = r^*$를 알 수 있다. 귀납법에 의해 모든 t에 대하여 $r_t \le r^*$임을 증명할 수 있다. 마찬가지로 $r_0 \ge r^*$이면, 모든 t에 대하여 $r_t \ge r^*$임을 증명할 수 있다. 여기서 균제상태로 r_t의 이행경로는 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 가지 않는다는 것을 증명할 수 있다. 한편 $p_t = r_t/(1+r_t)$에서 p_t는 r_t의 증가함수이므로 r_t에 대응하는 p_t의 수열이 단조증가한다는 사실을 알 수 있다. 따라서 위의 증명을 이용하여 p_t에 대해서도 하나의 균제상태로 수렴하는데, 그 이행경로는 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 가지 않는다는 것을 증명할 수 있다.

(1) 캘리브레이션(calibration)

소득분배나 고소득층이 될 확률과 같은 경제·사회 환경 변화에 따라 정부가 어떤 수준으로 공교육비의 민간 부담률을 결정하는 것이 사회후생을 최대화하는 지를 분석하자. 이러한 분석은 앞서 살펴본 무상교육에서는 각 기간마다 정부의 정책을 명시적인 매개변수의 함수로 구할 수 있어 비교적 단순하지만, 민간 교육비 부담체계에서는 그렇지 않다. 따라서 수치 분석을 하는데 이에 앞서 경제모형의 매개변수 값을 다음과 같이 설정한다. 주의할 것은 캘리브레이션의 매개변수가 한국 데이터를 적용하여 도출한 것이 아니라 다음과 같이 가정한 점이다. 이제 매개변수에 대한 기본 가정을 하고 각 매개변수에 대해 변화를 준 후 분석을 진행한다.

첫째, 자녀 한 명을 양육하는 기회비용 Φ는 다음과 같이 산정한다. 미국에서 자녀 한 명을 양육하는데 드는 시간은 부모 시간 부존량의 약 15%라고 한다. 그런데 이 비용은 부모가 자녀와 함께 살 때 발생하고, 성인기는 30년 동안 지속되는데 자녀는 부모와 15년 동안 함께 산다고 가정한다. 따라서 성인기 전체에 대한 시간의 비용은 자녀와 함께 사는 때에 발생하므로 위의 15%의 50%가 되어 $\Phi=0.075$가 된다 (De Le Crox and Doepke, 2003).[14] 또한 각각의 경우에 대해 매개변수의 변화에 따른 균형의 강건성을 살펴보기 위해 0.068로 감소한 경우에 대해서도 분석한다.

둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ는 De Le Crox and Doepke (2003)와 같이 0.2로 한다. 또한 각 경우에 대해 매개변수의 변화에 따른 균형의 강건성을 살펴보기 위해 0.18로 감소한 경우에 대해서도 분석한다.

셋째, η는 (공)교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성인데, De Le Crox and Doepke(2003)와 같이 0.55로 가정한다. 또한 각 경우에 이의 변화에 따른 균형의 강건성을 보기 위해 η가 0.495로 감소한 경우에 대해서도 분석한다.

넷째, (공)교육 투자 이외의 다른 요소가 성공할 확률에 주는 영향력(교육 투자 외의 영향력)은 고소득층이 더 높다고 가정하고 $\mu_1 = 1$이고 $\mu_2 = 3$이라 한다.[15] 또한 각 경우에 대해 이 변화에 따른 균형의 강건성을 살펴보기 위해 μ_1이 1.3으로 상승하여 저소득계층의 교육 투자 외의 다른 요소가 성공할 확률에 미치는 영향력이 증가한 경우를 분석한다.

마지막으로 초기 시점인 1기의 계층 1의 인구 비율(p_1)과 인구수(P_1^1)는 0.5를 기준으로 하고 일정범위 내에서 변화시켜 본다.

계층 간의 소득격차의 확대에 따른 민간 교육비 부담을 보기 위해 $p_t = 0.5$일 때 평균소득을 '10'으로 일정하게 유지하기 위해 고소득계층의 소득을 1단위씩 상승시킴과 동시에 저소득계층의 소득을 1단위씩 하락시키는 방식을 고려한다. 즉 두 계층 간의 소득 격차를 Δx라 할 때, $\Delta x = 2\,(x_1 = 9, x_2 = 11)$에서 $\Delta x = 18\,(x_1 = 1, x_2 = 19)$까지 두 계층 간의 소득격차가 확대되는 경우를 분석한다.

(2) 무상교육의 균형

무상교육의 경우 각 기간 부모의 자녀수뿐만 아니라 정부의 교육의 질, 세율 등

---

14) 이와 관련하여 송유진(2011)은 한국의 경우 2009년 현재 미취학 자녀를 둔 어머니가 돌봄 노동에 생활시간의 14%를 투입하고 아버지는 3%를 투입하며, 취학자녀를 둔 어머니는 돌봄 노동에 생활시간의 3%를 투입하고 아버지도 3%를 투입한다고 보고하고 있다. 일견 한국 부모의 기회비용이 미국보다 더 낮을 것으로 보이지만, 시간 부존량의 정의, 자녀 양육시간의 집계기준 등을 알 수 없어 쉽게 결론지을 수 없다.

15) 한국직업능력개발원(2013)의 상위 1~30위 대학과 지방거점국립대학 진학률을 기준으로 보면 월소득 400만원 초과 계층 자녀(41.2%)는 월소득 100만 원 이하 계층 자녀(9.1%)의 4.5배 높은 진학률을 보인다. 교육 투자 이외의 영향력, 특히 소득의 영향력이 앞서 가정한 3배보다 크다고 할 수 있지만, 우리 모형은 과외와 같은 사교육을 고려하지 않고 모든 자녀가 같은 수준의 공교육을 받도록 하고 있기 때문에 4.5배 보다 적은 값을 가정하는 것은 합리적이라 할 수 있다.

의 최적정책도 계층들의 소득, 계층 1의 인구비율, 평균 소득 등에 의존하지 않는다. 위에서 가정한 표준적 경우의 매개변수의 값을 (11)과 (12)식에 대입하여 구하면, $t(\geq 1)$와 p_t에 대해 $n_t = 2.222$, $e_t = 0.0372$, $v_t = 0.0991$로 일정하다.

$p_1 = P_1^1 = 0.5$일 때 기간 경과에 따른 계층 1의 인구 비율, 교육의 질, 세율, 그리고 경제의 평균 소득의 변화를 보자. 그런데 t기의 경제의 평균 소득(z_t)은 저소득 계층, 즉 계층 1의 인구 비율이 증가함에 따라 동태적으로 감소한다. 구체적 사례를 보기 위해 $x_1 = 4$과 $x_2 = 16$인 경우로 저소득계층 소득에 대한 고소득계층 소득의 상대적 비율(이하 소득배수)이 4인 경우를 보자.

기간 경과에 따른 인구구조, 최적 정책과 평균 소득의 동학적 변화를 보면 다음과 같다(〈Table 1〉의 좌측 열(L) 참조). 첫째, 앞서 본 것처럼 사회후생을 최대화하는 정부의 최적 정책에 따라 결정된 교육의 질, 세율 등 정책변수는 기간 경과에 관계없이 일정하다. 둘째, 최초의 계층 1의 인구 비율 p_1을 0.5를 가정했을 때, 계층 1의 인구비율은 기간이 경과함에 따라 증가하고 장기적으로 0.7570 근방으로 수렴해간다. 셋째, 계층 1의 인구 비율이 증가함에 따라 경제의 평균 소득은 기간이 경과함에 따라 감소하고 6.91로 수렴해간다.

〈Table 1〉 Dynamics of Major Variables with Pure Public Financing when Income Ratio=4

	(L) $p_1 = 0.5$		(M) $p_1 = 0.9$		(R) $p_1 = 0.3$	
	p_t	z_t	p_t	z_t	p_t	z_t
1	0.50	7.92	0.90	5.20	0.30	12.40
2	0.6730	7.25	0.8038	6.35	0.6076	8.71
3	0.7295	7.02	0.7723	6.73	0.7081	7.50
4	0.7480	6.95	0.7620	6.86	0.7410	7.11
5	0.7541	6.93	0.7587	6.90	0.7518	6.98
6	0.7561	6.92	0.7576	6.91	0.7553	6.94
7	0.7567	6.92	0.7572	6.91	0.7565	6.92
8	0.7569	6.92	0.7571	6.91	0.7568	6.92
9	0.7570	6.91	0.7570	6.91	0.7570	6.91

Note: The income ratio denotes the ratio of class 2 (skilled worker)'s income to class 1 (unskilled worker)'s income.

이제 최초의 계층 1(저소득층)의 인구 비율 p_1을 0.5보다 높은 0.9로 가정하여 분석해보면 다음과 같다(〈Table 1〉의 중간 열(M) 참조). 첫째, 앞서 본 것처럼 정부의 최적 정책에 따른 교육의 질, 세율 등 정책변수는 기간 경과에 관계없이 일정하다. 둘째, 최초의 계층 1의 인구 비율 p_1을 0.9를 가정했을 때, 계층 1의 인구비율은 기간이 경과함에 따라 감소하고 장기적으로 0.7570 근방으로 수렴해간다. 셋째, 계층 1의 인구 비율이 증가함에 따라 경제의 평균 소득은 기간이 경과함에 따라 증가하고 6.91로 수렴해간다.

다음으로 초기 계층 1의 인구 비율 p_1을 0.3으로 가정한 경우 결과를 위의 〈Table 1〉의 우측 열(R)로 정리한다. 이의 동학은 초기 인구비율이 균제상태보다 낮으므로 0.5인 경우와 같다.

정리 1의 증명한 결과를 위의 예에서 관측할 수 있다. 즉 무상교육의 경우에는 초기 계층 1의 인구 비율이 균제상태의 인구비율보다 낮으면 기간이 경과함에 따라 단조 증가하여 균제상태의 인구비율로 수렴하고, 반대의 경우 기간이 경과함에 따라 단조 감소하여 균제상태인 인구비율로 수렴한다. 이는 최초의 계층 1의 초기 인구 비율이나 소득격차에 관계없이 성립하고 균제상태에서 유일한 균형을 갖는다.

이제 무상교육체제에서 매개변수의 변화가 균제상태에 어떤 영향을 주는지 살펴보자. 첫째, 자녀 한 명을 양육하는 기회비용(Φ)이 0.068로 하락하면 (11)~(12)식에서 자녀수는 증가하고 최적 세율은 변화가 없으나 교육 투자는 감소함을 알 수 있다. 따라서 교육 투자의 성공할 확률이 낮아져 계층 1의 인구 비율은 0.7757로 증가한다. 둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ가 0.18로 하락하면 (11)~(12)식에서 자녀수는 증가하고 최적 세율과 교육 투자는 감소함을 알 수 있다. 따라서 교육 투자의 성공할 확률이 낮아져 계층 1인 저소득계층의 인구 비율은 0.7750으로 증가한다. 셋째, 교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성 η가 0.0495로 감소하면, 최적 세율은 0.0901로 인하된다. 그런데 성공할 확률의 탄력성이 감소하면 교육 투자가 0.0372에서 0.0338로 감소함에도 불구하고 저소득계층의 균제상태의 인구 비율은 0.7014로 감소한다. 이러한 결과가 발생하는 이유를 보면 다음과 같다. 성공할 확률의 탄력성의 감소는 교육 투자를 감소시켜 자녀의 성공할 확률을 하락시키고 저소득층의 인구비율을 증가시킨다. 한편 교육 투자가 1보다 작은 값을 갖고 있기 때문에 어떤 교육 투자 수준에서 성공할 확률의 탄력성이 감소하면 자녀의 성공할 확률은 증가하고,[16] 이는 저소득계층의 인구비율을 감소시킨다. 그

런데 후자의 효과가 전자의 효과보다 절대치에서 크기 때문에 계층 1의 인구비율이 감소하는 결과가 초래된다. 마지막으로 계층 1의 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수가 1.0에서 1.3으로 증가하면 저소득계층의 자녀가 성공할 확률이 1차적으로 증가하며, 그에 따라 계층 1의 균제상태에서 인구 비율은 0.7056으로 감소한다.

2. 민간 교육비 부담체제

무상 공교육체제에서 출산율(n_t)뿐만 아니라 정책변수$(v_t,\ e_t)$의 최적해도 r_t, 즉 p_t에 의존하지 않는 변수이다. 또한 계층 i의 자녀가 성공할 확률(π_t^i)도 p_t에 의존하지 않는다. 이러한 사실들을 이용하여 정리 1에서 무상 교육체제의 균제상태가 유일함을 보였다. 하지만 정부가 민간에게 교육비를 부담시킬 수 있고 실제 교육비를 분담시키는 경우 출산율(n_t)은 (4)식에서 보는 바와 같이 교육비 부담(d_t)과 세율(v_t)의 함수다. 더욱이 (9)식에서 e_t도 앞의 정책변수들의 함수다. 따라서 일반적으로 정책변수인 교육비 부담과 세율의 최적해와 계층 i의 자녀가 성공할 확률(π_t^i)도 p_t에 의존하므로 정리 1과 같이 유일한 균제상태를 얻을 수 있다는 보장이 없다.

먼저 주어진 시점에서 정부가 결정하는 두 개의 정책변수인 교육비 부담(d_t)과 세율(v_t)의 최적해의 결정을 살펴보자. 여기서 다음의 3가지 유형의 교육비 부담체제가 가능하다.

〔유형 1〕 $d_t = 0,\ v_t > 0$ (무상교육); 〔유형 2〕 $d_t > 0,\ v_t > 0$ (민간의 교육비 분담); 〔유형 3〕 $d_t > 0,\ v_t = 0$ (민간의 교육비 전액 부담)

다음의 정리 2는 두 계층 간 소득격차(소득배수)의 변화에 따른 최적 교육비 부담을 보여준다. 이를 보기 위해 $x_2 := x_1(1+\delta)$로 한다. 단, $(1+\delta)$는 고소득계층의 저소득계층에 대한 소득배수로 $\delta > 0$이고, δ가 증가하면 소득격차가 증가함을 알 수 있다.

---

16) e^{η}에서 $0 < e < 1$이고 $\eta_2 > \eta_1$이면 $e^{\eta_2} < e^{\eta_1}$임을 알 수 있다.

정리 2. 정부가 민간에게 교육비를 분담시킬 수 있는 경우 계층 1의 인구비율 (p_t)이 주어진 특정 시점 t에 대해 다음이 성립한다. (가) 무상교육인 〔유형 1〕이 최적 교육체제라면 고소득층과 저소득층 간의 소득격차가 δ^+의 값보다 클 때다.

$$\delta^+ = [\eta(1+\gamma) + \sqrt{\eta(1+\gamma)(4p_t(1-p_t)(1-\eta)+\eta(1+\gamma))}]/[2p_t(1-p_t)(1-\eta)].$$

(나) 두 계층 간 소득격차가 양수$(\delta > 0)$일 때, 민간이 교육비를 전액 부담하는 경우인 〔유형 3〕은 발생하지 않는다.
(다) 위의 사실로부터 민간이 교육비를 일부 분담하는 〔유형 2〕는 소득 격차가 작은 경우$(0 < \delta < \delta^+)$에 발생한다.
(라) 민간이 교육비를 전액 부담한다면, 즉 $v_t = 0$이라면 최적 교육비 부담(d_t^*)은 다음과 같다.

$$d_t^* = [B + \sqrt{B^2 + 4(1-\eta)x_1^2(1+\delta)\eta\Phi^2}]/2(1-\eta),$$
$$\text{단 } B := x_1[(2+\delta)\eta - (1+p\delta)]\Phi.$$

증명. 각 유형에 대해 최대화의 필요조건인 Karush-Kuhn-Tucker 조건(KKT 조건)을 이용하면, 도출할 수 있다. 이에 대한 증명은 〈부록 1〉을 참조하라. ■

정부가 민간에게 교육비를 분담시킬 수 있는 경우, 최적 교육체제는 소득 격차가 $0 < \delta < \delta^+$일 때 무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 일부 분담할 수 있다. 한편 소득격차가 δ^+ 이상일 때는 무상교육이 제공될 수 있다. 그 경계선인 δ^+는 계층 1의 인구비율(p_t)에 따라 달라지는데 이를 다음의 따름정리 1에서 보자.[17)]

주의. 사회후생함수가 세율과 민간 교육비 부담에 대해 강한 준오목함수(strictly

17) 사회후생함수가 세율과 민간 교육비 부담에 대해 오목함수임을 증명하면, 위의 KKT 조건이 최대화의 필요, 충분조건이며 이를 만족하는 최적해는 유일하다는 것을 증명할 수 있다. 하지만 분석적으로 이를 보여줄 수 없어 다음에 살펴볼 수치분석에서 위에서 정의한 세분화된 구간의 경계값들에서 최대값을 찾고 그 값에 대응하는 최적 정책변수가 유일함을 보였다. 이러한 점을 고려하면 정리 1과 다르게 예외가 발생할 수 있지만 따름정리 1은 KKT 조건을 최대화의 필요조건이자 충분조건으로 보고 최적정책을 정리한 것이다.

quasiconcave)이고 제약식들을 만족하는 선택변수들의 집합(제약집합)이 볼록집합이면, 위의 KKT 조건이 최대화의 필요·충분조건이고 최적해는 유일하다〔Mas-Colell et al. (1995, p. 962)〕. 그런데 (10)식에서 제약집합이 볼록하다는 것은 자명하지만, 사회후생함수가 모든 제약집합에서 강한 준오목함수임을 분석적으로 보이지 못했다. 그런데 다음의 수치분석에서 위에서 정의한 세분화된 구간의 경계값들에서 사회후생함수의 전역적 최대값을 찾고 그 값에 대응하는 최적해를 구했을 때, 그들이 유일함을 보였다. 그리고 수치분석에서 얻은 최적해 근방에서 살펴본 사회후생함수의 상부 등위집합(upper contour set)이 볼록(convex)하다는 것도 알 수 있다(〈부록 2〉 참조). 그런데 상부 등위집합이 볼록하면 그 함수는 준오목함수다. 따라서 이 연구에서 고려한 최적해의 근방에서 위의 KKT 조건은 최대화의 필요조건이며 충분조건이라 할 수 있다. 다음의 따름정리 1로부터 시작되는 분석은 KKT 조건을 최대화의 필요·충분조건으로 보고 논의를 전개한다.[18]

따름정리 1. (가) 다른 조건이 같을 때, 계층 1의 인구비율(p)이 1/2일 때 δ^+는 최솟값이 된다. 이는 무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 분담하는 소득배수에 대응하는 δ^+의 범위가 가장 작아진다는 것이다. (나) p가 '0'이나 '1'에 접근하면 δ^+는 무한대(∞)로 발산한다. 이는 p가 양 극단으로 접근하면 모든 소득배수에 대응하여 무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 일부 분담한다는 것을 의미한다.

증명. 정리 2에서 구한 δ^+를 p_t에 대해서 미분하면 다음과 같다.

$$\partial\delta^+/\partial p = -\,[(1-2p_t)\sqrt{\eta(1+\gamma)}\,[2p_t(1-p_t(1-\eta)) + \eta(1+\gamma) + \sqrt{\eta(1+\gamma)C}]]/D,$$

단, $C := 4p_t(1+p_t)(1-\eta)+\eta(1+\gamma)$이고,

$D := [2(1-p_t)^2 p_t^2(1-\eta) + \sqrt{\eta(1+\gamma)}]\sqrt{C} + \eta(1+\gamma)$임.

18) 익명의 심사위원께서 지적한 것처럼 정리 2는 KKT 조건이 최대화의 필요조건임을 이용하여 증명한 것이므로 따름정리 1 이하의 최적해에 대한 특성화 부분은 문제가 될 수 있다. 하지만 이 논문의 주어진 매개변수들의 수치분석에서 구한 최적해가 유일하고 그 근방에서 사회후생함수가 강한 준오목함수이므로 KKT 조건이 충분조건이라 볼 수 있다. 따라서 이러한 특성화는 상당한 타당성을 가진다고 할 수 있다. 하지만 합리적 매개변수의 영역과 선택변수들의 모든 정의역에 대해 분석적으로 이를 증명한 것은 아니다. 그래서 KKT 조건을 충분조건으로 하여 유도한 최적해의 특성화는 예외가 발생할 수 있고 이것이 이 연구의 한계다.

따라서 $0 < p_t < 1/2$이면 δ^+는 p_t가 증가하면 감소하고, $1/2 < p_t < 1$이면 δ^+는 p_t가 증가할 때 증가한다.

한편 L′Hospital의 정리를 이용하면, 다음을 증명할 수 있다.

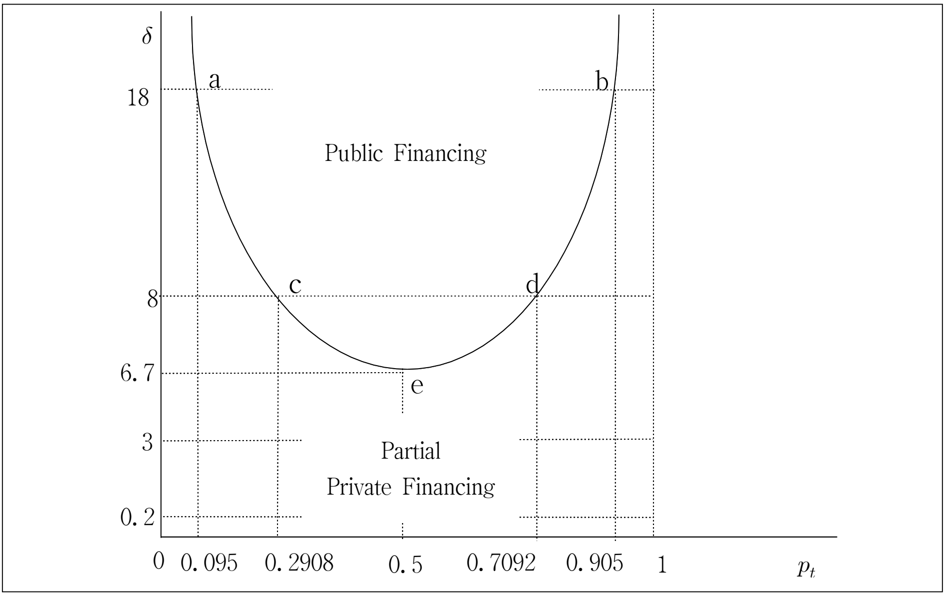
$$\lim_{p \to 0} \delta^+ = \lim_{p \to 1} \delta^+ = \infty . \qquad \blacksquare$$

따름정리 1을 이용하여 무상교육과 민간이 교육비를 분담하는 영역의 경계, 즉 δ^+를 횡축은 p_t로 하고 종축은 δ로 하여 다음의 〈Figure 1〉에 나타낸다. 참고로 다음에 살펴 볼 소득배수 19배($\delta = 18$), 9배($\delta = 8$), 4배($\delta = 3$), 11/9배($\delta = 0.2$)에 대응하여 경계의 p_t값을 〈Figure 1〉에 나타냈다. 그런데 소득격차가 큰 경우, 즉 〈Figure 1〉에서 종축에서 6.7(소득배수: 7.7)을 넘어서는 소득배수에 대하여 p_t가 0나 1로 접근하면 무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 일부 부담하게 된다. 예를 들어 〈Figure 1〉에서 소득배수가 9인 경우 계층 1의 비율이 0.7092보다 크거나 0.2908보다 작은 경우 민간의 교육비 분담이 최적 체제이다. 이는 상대적으로 큰 소득격차가 주어졌을 때 계층 1의 인구 변화에 따른 교육체제의 변화를 보여주는데, 두 계층의 인구 분포가 비교적 균등한 경우에는 무상교육이 최적 체제이지만 한쪽으로 치우치게 되면 민간의 교육비 분담이 최적 체제가 된다는 것을 의미한다. 이의 경제적 이유를 살펴보면 다음과 같다. 무상교육에서 가계는 교육비를 직접 부담하지 않기 때문에 출산율 선택의 왜곡을 초래하여 사회후생을 감소시킨다.[19] 한편 무상교육에서는 조세를 통해 교육 재원을 조달하는 것은 고소득층으로부터 저소득층으로 소득을 재분배하여 사회후생을 증가시킨다. 우리의 모형에서 두 계층의 효용함수는 소득에서만 차이가 있고 소득이 선호하는 자녀수의 차이를 결정한다. 그런데 소득 격차가 일정할 경우 소득의 분산은 계층 1의 비율이 1/2일 때 최소가 되고 그 점으로부터 양측으로 떨어질수록 커진다는 것을 쉽게 보일 수 있다. 따라서 소득의 분산이 커질수록 두 계층 간의 자녀수에 대한 선호의 이질성이 커지고 무상교육의 출산율 선택의 왜곡에 따른 사회후생의 손실이 증가한다. 그래

19) 무상교육의 출산율 선택의 왜곡은 부모들이 자녀의 교육비를 직접 부담하지 않기 때문에 그렇지 않은 경우에 비해 더 많은 자녀수를 선택하게 되고 그에 따라 교육 투자가 감소하여 사회후생의 감소가 초래된다는 것을 의미한다.

서 소득의 분산이 커질수록 무상교육의 소득재분배 효과에 의한 사회후생의 증가보다 출산율 선택의 왜곡에 의한 사회후생의 손실이 더 커지므로 두 계층의 인구 분포가 비교적 균등한 경우에는 무상교육이 최적 체제이지만 한쪽으로 치우치게 되면 민간의 교육비 분담이 최적 체제가 된다.

〈Figure 1〉 The Border between Public and Partial Private Financing



민간이 교육비를 일부 분담하는 때의 최적 정책은 매개변수의 폐쇄형(closed form)으로 표현할 수 없을 뿐만 아니라 매개변수의 특정 값에 대해서도 최대화의 1차 조건의 방정식이 복잡하여 이를 이용하여 최적해를 구할 수 없다. 따라서 각 시점의 매개변수의 특정 값이 주어졌을 때, 정책변수의 합리적 정의역[20]에서 일정한 단위로 구간을 분할하여 다음과 같이 최적 정책을 구한다. 일반적으로 사회후생과 예산제약을 고려할 때 세율이 증가하면 민간 교육비 부담은 감소하므로 두 정책

20) 예를 들어, 합리적 정책변수의 정의역에서 $v=1$은 배제된다. 왜냐하면 $v=1$이 최적해라 하면, 모든 소득을 정부가 가져가므로 가처분소득 $(1-v)x(1-\Phi n)$은 '0'이고, 부모의 효용함수인 (1)식의 오른쪽 첫 번째 항이 '$-\infty$'가 되어 그 효용이 '$-\infty$'가 되기 때문이다. 마찬가지로 $b=0$이고 $v=0$인 경우도 배제되는데, 이 때에 민간과 정부 모두 교육비를 지출하지 않으므로 자녀에 대한 교육 수준 e가 '0'이므로 앞에서와 같이 부모의 효용이 '$-\infty$'가 되기 때문이다. 또한 정리 2에 의하여 $\delta>0$일 때 $v=0$도 고려할 필요가 없다.

변수는 전략적 보완재 관계를 갖는다. 따라서 $d_t=0$일 때 v_t가 최대가 되고 $v_t=0$일 때 d_t가 최대가 된다. 그러므로 (12)식의 무상교육의 최적 세율에서 세율은 $0<v_t\le v_t^*$라 가정하고, 정리 2의 (라)에 의해 민간 교육비 부담은 $0\le d_t\le d_t^*$라 할 수 있다.[21)] 위의 두 구간을 각각 일정한 단위로 분할한 세부 구간들의 각각의 경계값에서 함수값을 비교하여 전역적으로 최대값을 주는 정책변수인 v_t와 d_t를 구할 수 있다.[22)] 다음은 소득배수와 매개변수들의 변화에 따른 시뮬레이션 결과를 보여준다. 여기서 주어진 시점에서 사회후생을 최대화하는 최적 정책은 유일하다는 것을 알 수 있다. 또한 무상교육의 경우 균제상태는 안정적이고 유일했지만 민간이 교육비를 분담할 때 매개변수의 값에 따라 균제상태는 안정적으로 유일한 경우도 있지만, 그것이 존재하지 않을 수도 있으며 복수의 균제상태를 갖고 그 중 일부는 안정적이지 않을 수도 있다는 것을 보여준다.

(1) 매우 큰 소득 격차(소득배수: 19)

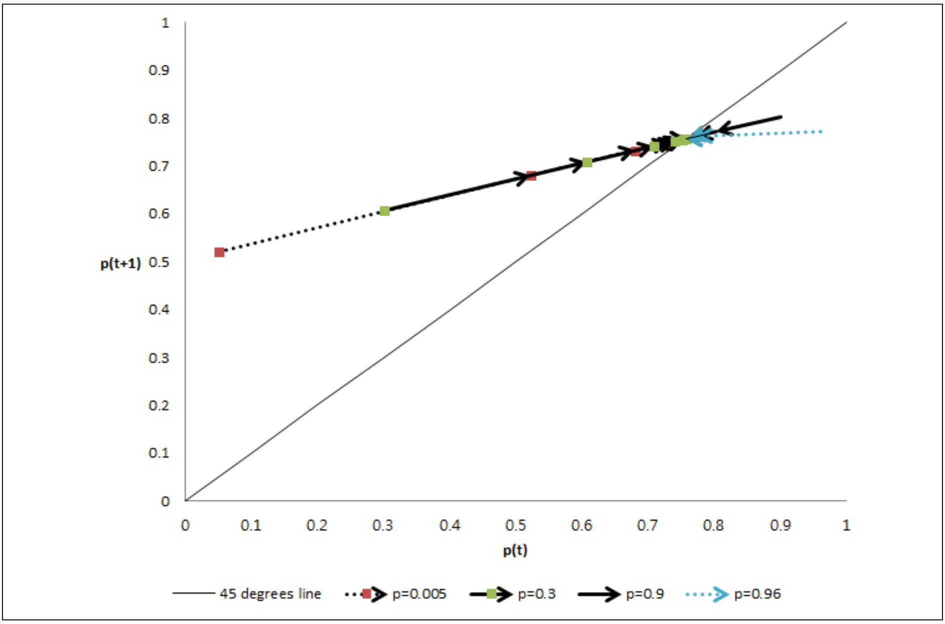
정부가 민간에게 교육비를 분담시킬 수 있을 때, 소득배수가 19인 경우, 즉 $x_1=1$이고 $x_2=19$인 경우를 살펴보자. 이는 계층 1과 2의 소득 격차가 매우 높은 경우로 〈Figure 1〉에서 보면 $\delta=18$로 계층 1의 인구비율이 0.095에서 0.905 사이에 있을 때 무상교육이 최적일 수 있고, 그렇지 않은 경우 무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 분담한다. 주어진 매개변수에 대해 계층 1의 인구비율이 전자의 범위에 있는 경우 무상교육이 최적임을 증명할 수 있다. 초기의 계층 1의 인구비율 $p_1=0.5$인 경우를 보면, 그 분석결과는 앞서 무상교육에서 살펴본 〈Table 1〉의 (L)과 평균 소득(z_t)만을 제외하고 같다. 마찬가지로 정부가 민간에 교육비를 분담시키는 정책이 가능할 때, $p_1=0.9$일 때는 〈Table 1〉의 (M)과 $p_1=0.3$일 때는 〈Table 1〉의 (R)과 평균 소득(z_t)을 제외하고 같다. 하지만 계층

21) 이 논문에서 고려하는 모든 매개변수 값에 대하여 계산된 d_t^*는 1.5보다 작고 v_t^*는 0.0991보다 작기 때문에 이 값들을 각각의 정책변수의 상한으로 보는 것은 합리적이다.

22) 사회후생함수, 그의 1차 및 2차 도함수가 연속이므로 충분히 작은 단위로 구간을 분할하여 그 경계값에서 유일한 최대값을 가지면 그 값이 합리적인 정의역 전체의 최대값이라 할 수 있고 그에 대응하는 정책변수들이 최적 정책변수라 할 수 있다. 그런데 민간이 교육비를 전액 부담하는 경우, 즉 $v_t=0$가 발생하지 않는다. 특히 소득격차가 작은 경우 v_t를 '0'에 가깝게 설정해야 하므로 그 경우 0.0001의 길이의 구간을 사용한다.

1의 인구비율이 0.095보다 작거나 0.905보다 큰 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 이러한 점을 고려하면 초기에 계층 1의 인구비율이 0.095에서 0.905 사이에 있는 경우에는 무상교육과 같은 계층 1의 인구비율의 동학을 보이기 때문에 정리 1에 의해 안정적인 하나의 균제상태로 수렴한다는 것을 보여줄 수 있다.

〈Figure 2〉 Dynamics of the Ratio of Low-income Populations with Income Ratio=19



〈Figure 2〉에서는 $p_1 = 0.3$인 경우와 $p_1 = 0.9$인 경우의 동학을 보여준다. 여기서 원점에서 시작하는 45도의 직선은 $p_t = p_{t+1}$을 나타낸다. 따라서 이 직선과 계층 1의 인구비율의 동학을 나타내는 곡선이 만나는 점이 균제상태이다. $p_1 = 0.3$과 $p_1 = 0.9$을 각각 45도의 직선 좌상방과 우하방의 실선으로 표현하였는데, 유일한 균제상태인 $p = 0.7570$으로 수렴함을 알 수 있다. 그런데 초기에 계층 1의 인구비율이 0.095보다 작은 경우의 동학을 보면 다음과 같다. 예를 들어 $p_1 = 0.005$라고 하면, 제1기에는 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책인데, 이는 다음 기 계층 1의 인구비율을 0.5271로 증가시킨다. 이에 따라 제2기에는 민간이 교육비를 분담하지 않는 것이 최적 정책이 되고 유일한 균제상태인 $p = 0.7570$으로 수렴함을

알 수 있다. 〈Figure 2〉의 45도선의 좌상방의 점선은 이러한 동학을 보여준다. 다음으로 초기에 계층 1의 인구비율이 0.905보다 큰 경우의 동학을 보면 다음과 같다. 예를 들어 $p_1 = 0.96$이라 하면, 제1기에는 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적인데 다음 기에 계층 1의 인구비율이 0.7726으로 감소한다. 이에 따라 제2기에는 민간이 교육비를 분담하지 않는 것이 최적 정책이 되고 유일한 균제상태인 $p = 0.7570$으로 수렴함을 알 수 있다. 〈Figure 2〉의 45도 선의 우하방의 점선은 이러한 동학을 보여준다.

두 계층 간 소득격차가 매우 큰 경우(소득배수 19), 정부가 민간에게 교육비를 분담시킬 수 있을 때, 계층 1의 인구비율이 0.095보다 작거나 0.905보다 큰 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이 될 수 있지만, 계층 1의 인구비율의 초기값에 관계없이 그 인구비율은 안정적인 유일한 균제상태로 수렴한다. 또한 매개변수가 변화하더라도 유일한 균제상태를 갖고 그에 따른 계층 1의 균제상태에서 인구비율에 주는 효과는 무상교육의 경우와 같다. 그래서 여기서는 매개변수의 변화가 최적 정책에 어떤 영향을 주는지만 살펴본다. 첫째, 자녀를 양육하는 기회비용(Φ)이 0.068로 하락하면 계층 1의 인구비율이 0.095에서 0.905 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 이는 기본 가정에서 무상교육과 민간 교육비 분담체계의 경계와 같다. 둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ가 0.18로 하락하면 계층 1의 인구비율이 0.0933에서 0.9067 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 여기서 기본 가정에서 무상교육이 제공되는 계층 1의 인구비율을 포함하여 무상교육이 제공되는 범위가 확대됨을 알 수 있다. 셋째, 교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성 η가 0.0495로 감소하면, 계층 1의 인구비율이 0.0745에서 0.9255 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 여기서 기본 가정에서 무상교육이 제공되는 계층 1의 인구비율을 포함하여 무상교육이 제공되는 범위가 확대됨을 알 수 있다.

(2) 큰 소득 격차(소득배수 9)

소득배수가 9인 경우, 즉 $x_1 = 2$이고 $x_2 = 18$인 경우를 살펴보자. 이는 계층 1과 2의 소득 격차가 큰 경우로 〈Figure 1〉에서 보면 $\delta = 8$로 계층 1의 인구비율이 0.2908에서 0.7092 사이에 있을 때 무상교육이 최적일 수 있고, 그렇지 않은 경우

무상교육이 제공되지 않고 민간이 교육비를 분담한다. 다음에 보는 바와 같이 주어진 매개변수에 대해 계층 1의 인구비율이 전자의 범위에 있는 경우 무상교육이 최적임을 증명할 수 있다.

〈Table 2〉 Dynamics of Major Variables with Regime Change when $p_1 = 0.5$ and Income Ratio=9

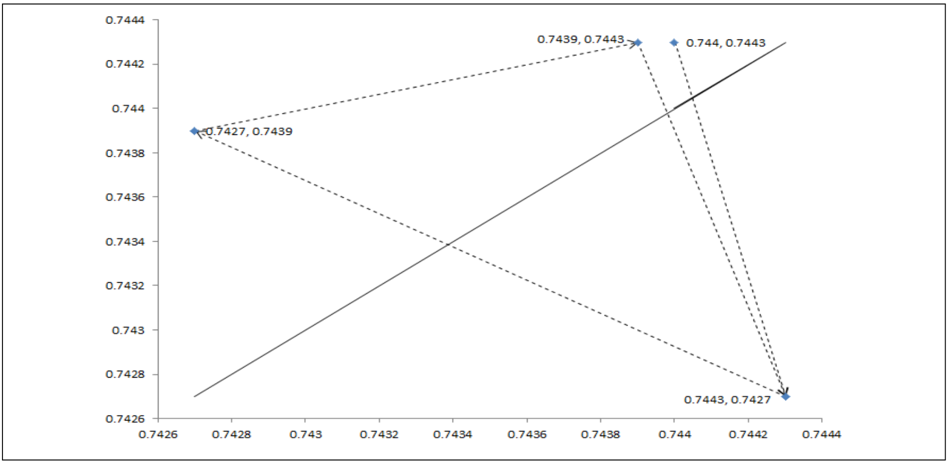
t	p_t	d_t	e_t	v_t	n_t^1	n_t^2	$\overline{n}_t$	private sector burden(%)
1	0.50	0	0.0371	0.099	2.222	2.222	2.222	0.00
2	0.6732	0	0.0371	0.099	2.222	2.222	2.222	0.00
3	0.7298	0.004	0.0381	0.0975	2.158	2.215	2.174	1.66
4	0.7430	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.96
5	0.7440	0.007	0.0387	0.096	2.098	2.208	2.138	2.97
6	0.7443	0.008	0.0391	0.096	2.098	2.208	2.126	3.36
7	0.7427	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.96
8	0.7439	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.97
9	0.7443	0.008	0.0391	0.096	2.098	2.208	2.126	3.36
10	0.7427	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.96

이는 계층 간 소득격차가 큰 경우로 다음과 같이 무상교육체제에서 민간교육비 분담체제로 전환하는 것이 최적정책임을 보여줄 수 있다. 예를 들어 초기의 계층1의 인구비율 $p_1 = 0.5$일 때 최적교육체제는 1~2기까지는 무상교육체제이지만 계층 1의 인구비율이 0.7092를 넘어선 제3기(0.7298) 이후부터는 민간 교육비 부담체제로 전환된다는 것을 알 수 있다. 이 때 민간의 교육비 부담률이 1.66%이다(〈Table 2〉 참조). 이후 민간의 교육비 부담체제는 유지되며 계층 1의 인구비율이 제6기에 0.7443까지 증가하고 제7기에는 0.7427로 감소한다. 그런데 정리 1에서 본 무상교육체제의 동학과 달리 〈Figure 3〉에서 보는 바와 같이 계층 1의 인구비율의 이행경로가 45도 상단에서 45도 하단으로 이동, 즉 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 간다는 사실을 알 수 있다. 이는 정리 1의 가정인 $f'(r_t) > 0$가 성립하지 않는다는 것을 의미한다. 따라서 정리 1에서 보았던 p_t에 대해서 하나의 균제상태로 수렴하며 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 가지 않는다는 성질은 성립하지 않는다.

이 경우의 계층 1의 인구 비율의 동학을 보자. 제6기에 〈Figure 3〉에서 좌표를 보면 $(p_5, p_6) = (0.744, 0.7443)$, $(p_6, p_7) = (0.7443, 0.7427)$, $(p_7, p_8) = (0.7427, 0.7439)$, $(p_8, p_9) = (0.7439, 0.7443)$이다. 여기서 계층 1의 인구비율은 “0.7443(6

기) → 0.7427(7기) → 0.7439(8기) → 0.7443(9기) → …"으로 3기간 순환(period-3 cycle)으로 진동한다.

〈Figure 3〉 Dynamics of the Ratio of Low-income Populations from the 5th Period when $p_1 = 0.5$ and Income Ratio=9



Note: From the 6th period (0.7443, 0.7427), deterministic ever-lasting fluctuation occurs.

$p_1 = 0.3$인 경우에도 〈Table 3〉에서 보는 바와 같이 계층 1의 인구비율이 8기에 0.7427이 된 후 이러한 3기간 순환으로 진동한다는 것을 유추할 수 있다. 마찬가지로 $p_1 = 0.9$인 경우에도 8기간이 경과한 후 계층 1의 인구비율이 0.7427이 된 후 3기간 순환으로 진동한다.

〈Table 3〉 Dynamics of Major Variables with Regime Change when $p_1 = 0.3$ and Income Ratio=9

t	p_t	d_t	e_t	v_t	n_t^1	n_t^2	$\overline{n}_t$	private sector burden(%)
1	0.30	0	0.0371	0.099	2.222	2.222	2.222	0.00
2	0.6078	0	0.0371	0.099	2.222	2.222	2.222	0.00
3	0.7084	0	0.0371	0.099	2.222	2.222	2.222	0.00
4	0.7413	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.95
5	0.7435	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.96
6	0.7442	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.97
7	0.7444	0.008	0.0391	0.096	2.098	2.208	2.126	3.36
8	0.7427	0.007	0.0387	0.096	2.113	2.210	2.138	2.96

또한 $p_1 = 0.9$일 때 6기간이 경과한 후 계층 1의 인구비율이 0.7427이 된 후 3기간 순환으로 진동하고 균제상태를 갖지 않는 것을 증명할 수 있다.

위의 분석의 결과를 정리하면 다음과 같다. 저소득계층의 비중에 따라 균제상태로 이행하는 과정에서 무상 공교육이 최적 정책이 될 수 있다. 하지만 저소득층의 인구비율의 초기값에 관계없이 기간이 경과함에 따라 무상 공교육 체제는 나타나지 않고 민간이 교육비를 분담한다. 이 때 계층 1의 인구비율의 초기값에 관계없이 그 인구비율은 “0.7427, 0.7439, 0.7443”의 값을 3기간 순환(period-3 cycle)에서 취하면서 진동하므로 균제상태는 존재하지 않는다.[23] 또한 이행과정에서 한쪽 면에서 다른 쪽 면으로 가지 않는다는 것은 성립하지 않고 초기의 계층 1의 인구비율에 따라 다양한 이행경로를 보인다.

이제 소득배수가 9인 경우 매개변수의 변화가 균제상태에 어떤 영향을 주는지 살펴보자. 첫째, 자녀를 양육하는 기회비용(Φ)이 0.068로 하락하면 계층 1의 인구비율이 0.2908에서 0.7092 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 이는 기본 가정에서 무상교육과 민간 교육비 분담체계의 경계와 같다. 하지만 기본 가정의 결과와 달리 자녀를 양육하는 기회비용의 감소로 계층 1의 인구비율은 안정적으로 유일한 균제상태로 수렴하고, 이 상태에서 민간 교육비 부담이 최적이다. 또한 자녀 양육의 기회비용이 하락함에 따라 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하므로 균제상태에서 계층 1의 인구비율은 0.7570으로 $\Phi = 0.075$인 경우에 비하여 증가한다. 둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ가 0.18로 하락하면 계층 1의 인구비율이 0.2828에서 0.7172 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 여기서 기본 가정에서 무상교육이 제공되는 계층 1의 인구비율을 포함하여 무상교육이 제공되는 범위가 확대됨을 알 수 있다. 다음으로 기본 가정의 결과와 달리 자녀의 후생에 부여하는 가중치의 감소로 계층 1의 인구비율은 안정적인 한 개의 균제상태를 갖고, 이 상태에서 민간의 교육비 분담이 최적이다. 그런데 계층 1의 인구비율은 0.7436으로 $\gamma = 0.20$인 경우의 3기간 순환에 대응하는 인구비율의 최소값(0.7427)보다는 크지만 나머지 두 값보다 작은 값을 갖는다. 셋째, 교

23) 이 사실은 최적해와 정책변수를 수치분석으로 근사적으로 찾은 결과이므로 일반화하는 것은 한계가 있을 수 있다.

육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성 η가 0.0495로 감소하면, 계층 1의 인구비율이 0.2092에서 0.7908 사이에 있을 때 최적 정책은 무상교육이고, 그렇지 않은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. 여기서 기본 가정에서 무상교육이 제공되는 계층 1의 인구비율을 포함하여 무상교육이 최적인 영역이 확대됨을 알 수 있다. 다음으로 기본 가정의 결과와 달리 성공할 확률의 탄력성이 감소하면 계층 1의 인구비율은 안정적인 한 개의 균제상태를 갖고, 그 상태에서 무상교육이 최적이다. 여기서 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하여 계층 1의 인구비율은 0.7016으로 $\eta = 0.55$인 경우에 비하여 감소한다. 이는 무상교육에서 설명한 바와 같이 교육 투자가 1보다 작은 값을 갖고 있기 때문에 어떤 교육 투자 수준에서 성공할 확률의 탄력성이 감소하면 자녀의 성공할 확률은 증가한다. 그런데 이러한 증대효과가 교육 투자 감소에 따른 성공확률의 감소 효과를 상쇄하기 때문에 계층 1의 인구비율이 감소한다. 마지막으로 계층 1의 교육 투자 외 성공할 확률에 주는 영향력 상수가 1.0에서 1.3으로 증가하면 계층 1의 자녀의 성공할 확률이 1차적으로 증가하고, 그에 따라 계층 1의 인구 비율은 0.7058로 감소한다. 또한 기본 가정의 결과와 달리 계층 1의 인구비율은 안정적인 한 개의 균제상태를 갖고, 이 상태에서 무상교육이 최적이다.

(3) 작은 소득격차(소득배수: 4)

소득배수가 4인 경우, 즉 $x_1 = 4$이고 $x_2 = 16$인 경우를 보자. 이는 계층 간 소득격차가 작은 경우로 민간교육비 부담체제가 항상 최적정책임을 보여줄 수 있다. 먼저 초기의 계층 1의 인구비율이 0.5인 경우 기간 경과에 따른 인구 비율, 교육의 질, 세율, 그리고 교육비의 민간 부담률의 변화를 보자. 〈Table 4〉에서 보는 바와 같이, 기간이 경과함에 따라 계층 1의 인구 비율(p_1)이 0.4708로 단조 감소하는 것을 알 수 있다. 교육비의 민간 부담률은 제1기에 56.17%에서 균제상태에서는 58.14%이다.

반면에 p_1이 0.3인 경우에는 〈Table 5〉에서 보는 바와 같이, 기간이 경과함에 따라 계층 1의 인구 비율이 0.4701로 단조 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 p_1이 0.5인 경우와 다르다. 따라서 초기의 계층 1의 인구비율(p_1)에 따라 최소한 두 개의 균제 상태가 존재한다는 것을 알 수 있다.

〈Table 4〉 Dynamics of Major Variables with Partial Private Financing when $p_1=0.5$ and Income Ratio=4

t	p_t	d_t	e_t	v_t	n_t^1	n_t^2	$\overline{n}_t$	private sector burden(%)
1	0.50	0.373	0.0664	0.0435	0.966	1.677	1.322	56.15
2	0.4895	0.386	0.0668	0.0425	0.948	1.663	1.313	57.08
3	0.4824	0.391	0.0670	0.0420	0.941	1.658	1.312	57.16
4	0.4782	0.397	0.0671	0.0420	0.933	1.652	1.308	57.62
5	0.4753	0.399	0.0672	0.0420	0.930	1.650	1.308	57.66
6	0.4737	0.403	0.0673	0.0415	0.925	1.646	1.304	58.07
7	0.4724	0.404	0.0673	0.0415	0.924	1.645	1.304	58.09
8	0.4716	0.405	0.0674	0.0415	0.923	1.644	1.304	58.12
9	0.4710	0.405	0.0674	0.0415	0.923	1.644	1.304	58.11
10	0.4708	0.405	0.0674	0.0415	0.923	1.644	1.304	58.11

〈Table 5〉 Dynamics of Major Variables with Partial Private Financing when $p_1=0.3$ and Income Ratio=4

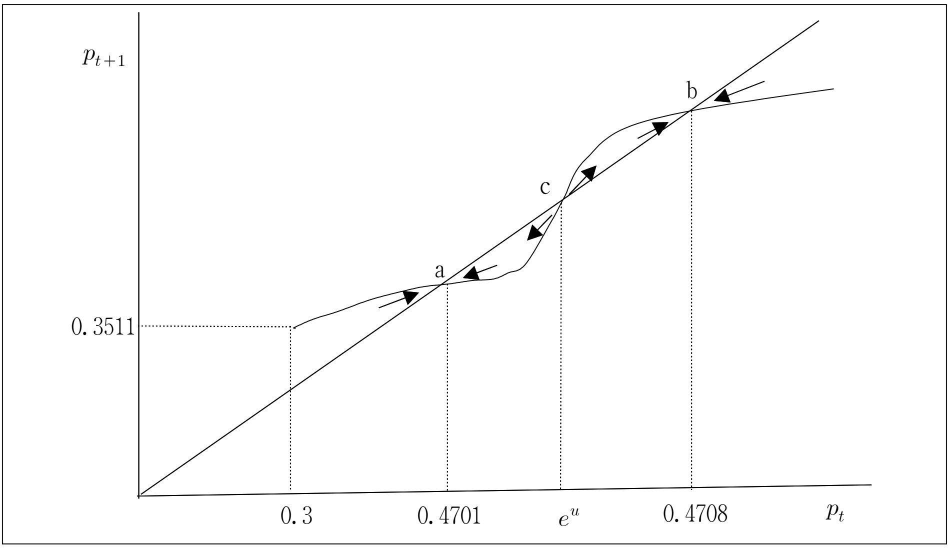
t	p_t	d_t	e_t	v_t	n_t^1	n_t^2	$\overline{n}_t$	private sector burden(%)
1	0.3	0.706	0.0766	0.0255	0.651	1.386	1.165	74.33
2	0.3511	0.595	0.0734	0.0310	0.729	1.470	1.210	68.77
3	0.3872	0.528	0.0713	0.0345	0.787	1.527	1.240	65.22
4	0.4128	0.484	0.0699	0.0370	0.787	1.566	1.263	62.68
5	0.4313	0.457	0.0691	0.0385	0.831	1.592	1.276	61.10
6	0.4439	0.439	0.0684	0.0395	0.860	1.609	1.286	60.13
7	0.4528	0.425	0.0680	0.0405	0.881	1.623	1.294	59.15
8	0.4592	0.417	0.0678	0.0410	0.897	1.631	1.299	58.63
9	0.4628	0.414	0.0676	0.0410	0.911	1.634	1.300	58.61
10	0.4657	0.412	0.0675	0.0410	0.914	1.636	1.300	58.58
11	0.4673	0.408	0.0675	0.0415	0.919	1.640	1.303	58.16
12	0.4673	0.407	0.0674	0.0415	0.920	1.641	1.304	58.11
13	0.4692	0.406	0.0674	0.0415	0.921	1.642	1.304	58.09
14	0.4700	0.406	0.0674	0.0415	0.921	1.642	1.304	58.14
15	0.4701	0.406	0.0674	0.0415	0.921	1.642	1.303	58.15

이제 두 개의 균제상태의 안정성과 그 외에 다른 균제 상태가 존재하는 지를 검토하자. 두 개의 균제 상태의 사이에 있는 구간 (0.4701, 0.4708)에서 0.0001단위로 세분화하여 계층 1의 인구비율을 변화시키면서 각각의 인구비율이 기간이 경과함에 따라 어디로 수렴하는지를 보면 다음과 같다. p_1이 0.4704 이하인 경우 기간경과에 따라 0.4701로 수렴하고, p_1이 0.4705 이상인 경우 0.4708로 수렴함을 알

수 있다. 따라서 두 값 사이, 즉 (0.4704, 0.4705) 구간에 불안정한 하나의 균제상태(e^u)가 존재한다는 것을 알 수 있다.[24)]

이제 이러한 사실을 종합하여, 앞서 제시한 예의 균제상태를 구해보자. 〈Table 4〉와 〈Table 5〉에서 각각의 초기의 계층 1의 인구비율에 따라 얻어진 (p_t, p_{t+1})의 좌표를 이용하여 〈Figure 4〉의 곡선을 추론할 수 있다.[25)] 따라서 $p_t = p_{t+1}$를 나타내는 45도선과 계층 1의 인구비율의 동학을 나타내는 곡선이 만나는 점이 균제상태이다. 여기서 (p_t, p_{t+1})의 동학을 살펴보면, 각각 a와 b점에 대응하는 안정적인 두 개의 균제상태와 c점에 대응하는 불안정한 균제상태가 존재한다는 것을 확인할 수 있다.

〈Figure 4〉 Multiple Steady States when Income Ratio=4



위의 분석 결과를 정리하면 다음과 같다. 계층 간의 소득격차가 적은 경우(소득배수 4), 초기의 저소득계층의 인구비율에 관계없이 민간이 교육비를 부담하는 것

---

24) 균제상태의 정의와 후생 최대화의 1차 조건을 모두 만족하는 계층 1의 인구비율은 '0. 47045' 근방임을 계산할 수 있다.

25) 다음기의 인구비율(p_{t+1})이 금기의 인구비율(p_t)에만 의존하는 마코프(Markov) 과정을 따르므로, p_t를 세분화하여 p_{t+1}과의 관계를 구하고 이를 도식하면 acb를 지나는 연속인 곡선을 얻을 수 있다.

이 최적 정책이다. 다음으로 저소득계층의 인구비율은 두 개의 균제상태를 갖고 안정적이지 못한 균제상태도 존재한다. 여기서 계층 1의 초기 비중이 충분히 크다면(예: 0.4708 이상) 경제가 계층 1의 비중이 상대적으로 높은 균제상태(b)로 수렴하고, 계층 1의 초기 비중이 작다면(예: 0.4701 이하) 경제가 저소득계층의 비중이 상대적으로 낮은 균제상태(a)로 수렴한다는 것을 알 수 있다.

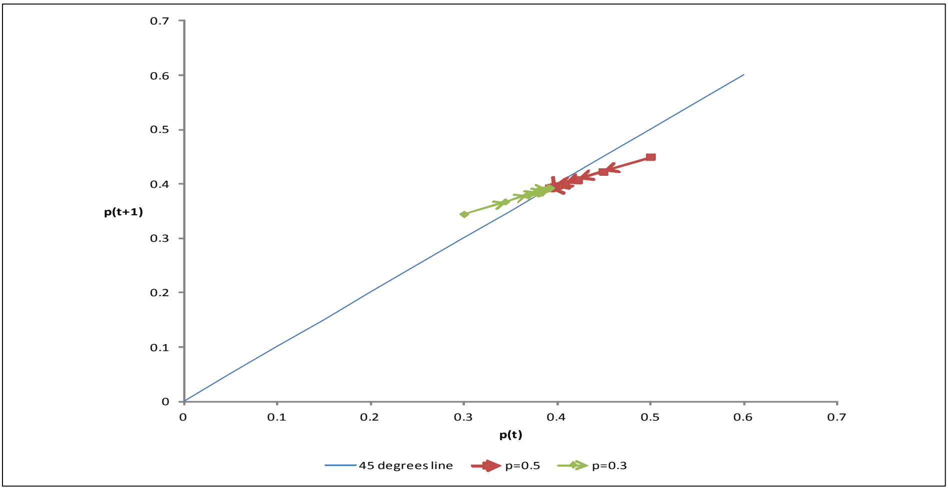
이제 소득배수가 4인 경우 매개변수의 변화가 균제상태에 어떤 영향을 주는지 살펴보자. 첫째, 자녀 한 명을 양육하는 기회비용(Φ)이 0.068로 하락하면 초기의 저소득층의 인구비율에 관계없이 민간이 교육비를 부담하는 것이 최적 정책이다. 또한 계층 1의 인구비율은 안정적인 두 개의 균제상태를 갖고, (0.5368, 0.5369) 구간에서 불안정한 하나의 균제상태(e^u)를 갖는다는 것을 알 수 있다. 자녀 양육의 기회비용이 하락함에 따라 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하므로 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\Phi=0.075$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ가 0.18로 하락해도 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 또한 저소득층의 인구비율은 안정적인 두 개의 균제상태, 즉 0.4741과 0.4749를 갖고, (0.4748, 0.4749) 구간에서 불안정한 하나의 균제상태(e^u)를 갖는다는 것을 알 수 있다. 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치가 감소함에 따라 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하여 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\gamma=0.2$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 셋째, 교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성 η가 0.0495로 감소해도, 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 또한 저소득층의 인구비율은 안정적인 두 개의 균제상태, 즉 0.4852과 0.4863를 갖고 (0.4858, 0.4859) 구간에서 불안정한 하나의 균제상태(e^u)를 갖는다. 성공할 확률의 탄력성이 상승하면 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하여 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\eta=0.55$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 마지막으로 계층 1의 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수가 1.0에서 1.3으로 증가하면 자녀의 성공할 확률이 증가하는데, 총 7개의 균제상태를 갖는데 그 중에 4개는 안정적이며 각각 0.4110, 0.4112, 4118, 0.4124의 값을 갖고, 그 중에 3개는 불안정적인데 각각 구간 (0.4101, 0.4102), (0.4112, 0.4113), (0.4123, 0.4124) 내에 존재한다. 여기서 계층 1의 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수가 증가하면 당연히 그렇지 않은 경우에 비해 균제상태에서 계층 1의 비중을 낮춤을 알 수 있다. 왜냐하면 계층 1의 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수

가 1일 때 균제상태에서 계층 1의 비율이 0.4701 이상이지만 그 영향력이 1.3일 때 계층 1의 비율이 0.4124 이하이기 때문이다.

(4) 매우 작은 소득격차(소득배수: 11/9)

소득배수가 11/9인 경우, 즉 $x_1 = 9$이고 $x_2 = 11$인 경우를 보자. 이는 계층 간 소득격차가 매우 작은 경우로 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적정책임을 보여줄 수 있다.

〈Figure 5〉 Dynamics of the Ratio of Low-income Populations when $p_1 = 0.5$ and Income Ratio=11/9



먼저 초기의 계층 1의 인구비율이 0.5인 때 기간 경과에 따른 인구 비율의 변화를 보자. 그 비율은 〈Figure 5〉의 45도 선 우하방의 직선으로 나타낼 수 있는데, 계층 1의 인구 비율은 단조 감소하여 제6기에 그 비율이 0.3966이 되고 제15기까지 균제상태인 0.3919까지 계속 단조 감소한다. 다음으로 초기의 계층 1의 인구비율 0.3인 때 기간 경과에 따른 인구 비율의 변화를 보자. 그 비율은 〈Figure 5〉의 45도 선 좌상방의 직선으로 나타낼 수 있는데, 계층 1의 인구 비율은 단조 증가하여 제6기에 0.3885가 되고 제11기까지 균제상태인 0.3919까지 계속 단조 증가한다. 그런데 균제 상태에서 소득세율(v_t): 0.0007, 민간의 교육비 부담(d_t): 0.926, 계층 1의 출산율(n_t^1): 0.937, 계층 2의 출산율(n_t^2): 1.047, 평균 출산율$(\overline{n_t})$:

1.003이다.

위의 분석 결과를 정리하면 다음과 같다. 계층 간의 소득격차가 매우 적은 경우(소득배수 11/9), 초기의 저소득층의 인구비율에 관계없이 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 주목할 것은 정리 2에서 본 바와 같이 이처럼 소득격차가 매우 작더라도 민간이 교육비를 전액 부담하는 경우는 발생하지 않는다. 다음으로 저소득층의 인구비율의 초기값에 관계없이 그 인구비율은 장기적으로 안정적인 유일한 균제상태로 수렴한다.

이제 소득배수가 11/9인 경우 매개변수의 변화가 균제상태에 어떤 영향을 주는지 살펴보자. 첫째, 자녀 한 명을 양육하는 기회비용(Φ)이 0.068로 하락하면 초기의 저소득층의 인구비율에 관계없이 민간이 교육비를 부담하는 것이 최적 정책이다. 또한 계층 1의 인구비율은 0.4557에서 안정적인 한 개의 균제상태를 갖는다. 자녀 양육의 기회비용이 하락함에 따라 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하므로 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\Phi = 0.075$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 둘째, 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치 γ가 0.18로 하락해도 초기의 저소득층의 인구비율에 관계없이 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 또한 저소득층의 인구비율은 0.3922에서 안정적인 한 개의 균제상태를 갖는다. 자녀의 후생에 부여하는 상대적 가중치가 감소함에 따라 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하여 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\gamma = 0.2$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 셋째, 교육 투자에 대한 성공할 확률의 탄력성 η가 0.0495로 감소해도, 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적 정책이다. 또한 저소득층의 인구비율은 0.3951에서 안정적인 한 개의 균제상태를 갖는다. 성공할 확률의 탄력성이 상승하면 자녀수는 증가하고 교육 투자는 감소하여 균제상태에서 계층 1의 비중은 $\eta = 0.55$인 경우에 비하여 증가함을 알 수 있다. 마지막으로 계층 1의 교육 투자 외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수가 1.0에서 1.3으로 증가하면 계층 1의 자녀의 성공할 확률이 1차적으로 증가하고, 그에 따라 계층 1의 인구 비율은 0.3389로 감소하며 여기서 안정적 균제상태를 갖는다.

3. 소득 격차, 인구 비율과 최적 교육비 부담

무상교육체제에서는 앞서 본 바와 같이 계층 1(저소득계층)의 초기 인구 비율에

관계없이 유일한 균제상태를 가졌다. 하지만 정부가 민간에게 교육비를 부담시킬 수 있을 때, 주어진 시점에서 인구비율과 소득격차에 따라 최적 정책은 무상교육이 될 수도 있고 민간 교육비 분담이 될 수도 있다. 또한 이러한 각각의 시점에서 최적 교육체제의 선택이 동태적으로 출산율을 변화시켜 다양한 인구 동학을 보여주고 있다. 앞서 이 연구에서는 수학적 분석으로는 최적해를 구하기 어려워 이와 함께 수치 분석을 결합하여 다양한 매개변수에 대해서 시뮬레이션을 하였다. 즉 먼저 최적 정책을 구하는데 필요조건인 KKT 조건을 이용하여 수학적 분석을 하였다. 그 후 주어진 매개변수에 대해 합리적 정의역을 도출하고 이를 일정한 단위로 구간을 분할하여 그 구간의 경계값들에서 최대값을 찾고 그 값에 대응하는 최적 정책변수를 도출했다. 여기서 소득격차와 매개변수들의 변화에 따른 시뮬레이션의 결과를 보면, 주어진 시점에서 사회후생을 최대화하는 최적 정책은 유일하다.

그런데 이 연구에서 고려하는 소득분포는 $p_t = 0.5$일 때 평균소득을 '10'으로 일정하게 유지하기 위해 고소득계층의 소득을 1단위씩 상승시킴과 동시에 저소득계층의 소득을 1단위씩 하락시키는 조합들로 이루어져 있다. 하지만 무상교육을 제외한 경우에는 (4)식에서 보는 바와 같이 부모의 자녀수 선택 등은 소득의 절대적인 수준에 영향을 받을 수 있다. 따라서 이러한 분석 결과는 위의 평균소득의 크기가 10이 아니라 $10k$ (단, $k > 0$이고 $k \neq 1$임)로 달라짐에 따라 상이해질 수 있다.[26] 다음의 사실 1은 이러한 변화를 하더라도 민간 교육비 부담만 비례해서 달라지고 다른 변수들에 영향을 주지 않는다는 것을 보여준다.

사실 1. 두 계층의 소득이 일정 비율로 변화할 때 사회후생을 최대화하는 최적정책을 보면, 민간 교육비 부담만 비례하여 달라지고 다른 변수들은 영향을 받지 않는다. 또한 이러한 경우 계층 1의 인구비율(p_t)도 이러한 소득의 변화와 관계없이 동일한 동학과 균제상태를 갖는다.

증명. 정부는 1단계에서 정책변화에 대한 부모의 최적 행동을 고려하여 사회후생을 최대화하는데, 이는 (10)식과 같다. 이때 t기의 사회후생함수와 그것의 1차 도함수들은 x_i에 의존하므로 다음과 같이 표기한다.

---

26) 이 연구에서 고려한 소득분포의 이러한 한계를 지적하고 일반화가 필요함을 조언해 주신 익명의 한 분의 심사위원님께 감사드린다.

$$W_t(d_t, v_t; x_1, x_2),\ \ \partial W_t(d_t, v_t; x_1, x_2)/\partial d_t,\ \ \partial W_t(d_t, v_t; x_1, x_2)/\partial v_t.$$

이제 계층 $i\,(=1,2)$의 소득 x_i가 kx_i(단, $k>0$이고 $k \neq 1$임)로 증가한다고 하자. 그런데 소득이 x_i일 때 (10)식의 사회후생 최대화의 문제를 풀어 얻은 최적 정책인 민간의 교육비 부담과 세율을 각각 d_t^*와 v_t^*로 표기하자. 이때 이들 정책변수에 대한 사회후생함수의 1차 도함수의 값은 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$\partial W_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)/\partial d_t,\ \ \partial W_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)/\partial v_t. \tag{18}$$

한편, 소득 kx_i일 때 kd_t^*와 v_t^*에서 평가한 사회후생함수의 1차 도함수의 값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\partial W_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2)/\partial d_t,\ \ \partial W_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2)/\partial v_t. \tag{19}$$

계층 $i\,(=1,2)$의 소득의 변화 이전과 변화 후의 사회후생함수의 1차 도함수의 값인 위의 (18)과 (19)식의 조건을 비교하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\partial W_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2)/\partial d_t = 1/k[\partial W_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)/\partial d_t],\\ &\partial W_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2)/\partial v_t = \partial W_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)/\partial v_t.\end{aligned} \tag{20}$$

그런데 앞서 본 것처럼 사회후생함수가 세율과 민간 교육비 부담에 대해 강한 준오목함수이고 제약식들을 만족하는 선택변수들의 집합(제약집합)이 볼록집합이라면, KKT 조건을 만족하는 최적해는 유일하다. 따라서 (20)식으로부터 계층 i의 소득이 kx_i일 때 kd_t^*와 v_t^*가 사회후생을 최대화하는 최적 정책임을 알 수 있다.

다음으로 (9)식에서 교육 투자(e_t)를 교육비 부담(d_t)과 세율(v_t)로 표기하였는데, 이 값을 소득의 변화 이전과 변화 이후에 최적 정책에서 평가한 값을 비교하면 다음과 같다.

$$e_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2) = e_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)\,. \tag{21}$$

따라서 교육 투자는 이러한 소득의 변화와 관계없이 일정하다. 그 이유는 교사의 임금(z_t)이 경제의 평균 소득과 같다고 가정하였으므로 소득변화에 비례하여 교사의 임금도 달라지기 때문이다.

이제 이러한 최적 정책에 대해 1단계에서 부모의 최적화 행동에 따른 자녀수의 결정을 보면 다음과 같다. 계층 i의 부모의 효용을 최대화하는 자녀수 n_t^i(단, $i=1,2$)는 앞의 (4)식에서 정의되는데, 이로부터 다음을 알 수 있다.

$$n_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2) = n_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)\ . \tag{22}$$

소득 변화에 비례하여 교육비 부담(d_t)이 달라지기 때문에 소득의 변화 이전과 변화 이후에 최적 정책에서 평가한 자녀수는 변화가 없다.

다음으로 소득 변화에 따른 계층 1의 인구 비율(p_t)의 동학을 살펴보자. 앞의 (13)식에서 정의한 i계층에 속하는 부모의 자녀가 t기에 성공할 확률 π_t^i에 소득의 비례적 변화가 주는 영향은 다음과 같다.

$$\pi_t^i[e_t(d_t^*, v_t^*; x_1, x_2)] = \pi_t^i[e_t(kd_t^*, v_t^*; kx_1, kx_2)]\ (\text{단},\ \ i=1,2).$$

위 식의 등호는 (21)식으로부터 성립한다.

한편 (22)식에서 각 계층의 소득이 비례적으로 변화하더라도 최적 자녀수는 같다는 것을 보였다. 따라서 위의 두 가지 사실을 결합하면 t기의 계층 1 인구의 상대비중 (13)식의 r_t와 계층 1의 인구비율 p_t는 이러한 소득변화에 대해 동일한 동학과 균제상태를 갖는다는 것을 알 수 있다. ■

주의: 앞서 지적한 것처럼 사회후생함수가 강한 준오목함수임을 분석적으로 보이지 못했기 때문에 이것이 엄밀한 의미에서 성립된다고 할 수는 없다.

정리 2에서 얻은 최적 교육체제의 특성은 사실 1에 의하여 두 계층의 소득이 일정 비율로 변화하더라도 유지된다. 따라서 최적 교육체제는 두 계층 간의 소득배수에 따라 달라지지만 소득배수가 일정하다면 각 계층의 소득이 비례적으로 변화하는

경우 달라지지 않는다. 이제 두 계층 간의 소득배수, 즉 소득격차에 따른 최적 교육체제의 특성을 정리하면 다음과 같다.

사실 2. (가) 정부가 민간에게 교육비를 부담시킬 수 있고, 특정 시점 인구 비율이 주어질 때 소득격차에 따른 최적 교육체제는 다음과 같다. 소득격차가 큰 경우 무상교육체제이고 소득 격차가 작은 경우 민간이 교육비를 분담하는 것이다. (나) 특정 시점에 소득 격차가 상당히 크게 주어졌을 때 인구비율에 따른 최적 교육체제는 다음과 같다. 두 계층의 인구 분포가 비교적 균등할 때 무상교육이 최적 체제이지만 한쪽으로 치우친 분포로 이동할 때 민간의 교육비 분담이 최적이다.

증명. (가)는 〈Figure 1〉에서 임의의 p_t값에 대응하여 δ가 증가하면 최적 교육체제가 교육비 분담에서 무상교육으로 이행하는 것임을 쉽게 확인할 수 있다. (나)는 〈Figure 1〉에서 6.7을 넘어선 임의의 δ에 대응하여 p_t가 1/2에서 양 측면으로 이동하면 최적 교육체제가 무상교육에서 민간 교육비 분담으로 전환되는 것을 쉽게 확인할 수 있다. ■

인구 비율이 주어진 특정 시점에서 소득격차가 증가하면 최적 교육체제가 민간 교육비 분담에서 무상교육으로 이행하는 이유는 다음과 같다. 무상교육에서 가계는 교육비를 직접 부담하지 않기 때문에 출산율 선택의 왜곡을 초래하여 사회후생을 감소시킨다. 한편 무상교육에서 조세를 통해 교육 재원을 조달하는 것은 고소득층으로부터 저소득층으로 소득을 재분배하여 사회후생을 증가시킨다. 따라서 소득 격차가 작은 경우 소득 재분배의 필요성이 상대적으로 작기 때문에 무상교육보다는 민간에 교육비를 분담시켜 출산율 선택의 왜곡에 따른 부정적 효과를 감소시키는 것이 최적정책이 된다. 하지만 소득격차가 커지면 소득 재분배의 필요성이 높아지므로, 비록 무상교육이 출산율 선택의 왜곡을 초래하지만 민간에 교육비를 부담시키지 않고 교육 투자 재원의 전부를 조세로 조달하는 것이 최적정책이 된다.

이와 달리 소득격차가 상당히 클 때, 계층 1의 인구 비율에 따른 최적 교육체제의 변화를 살펴보면 다음과 같다. 앞서 본 것처럼 소득의 분산이 커질수록 두 계층 간의 자녀수에 대한 선호의 이질성이 커지므로 무상교육의 출산율 선택의 왜곡에 따른 사회후생의 손실이 증가한다. 따라서 소득의 분산이 커질수록 무상교육의 소득재분배 효과에 의한 사회후생의 증가보다 출산율 선택의 왜곡에 의한 사회후생의

손실이 더 커지게 된다. 그러므로 두 계층의 인구 분포가 비교적 균등한 경우에는 무상교육이 최적 체제이지만 한쪽으로 치우친 분포로 이동하면 민간의 교육비 분담이 최적이 된다.

민간이 교육비를 분담하는 경우 각 시점의 최적 정책은 무상교육이 될 수도 있고 민간 교육비 분담이 될 수도 있다. 또한 이러한 각각의 시점에서 최적 교육체제의 선택이 동태적으로 출산율을 변화시켜 다양한 인구 동학을 보여준다. 이는 민간에게 교육비를 분담시키는 경우 정책변수인 교육비 부담, 세율과 계층 i의 자녀가 성공할 확률(π_t^i)도 인구비율(p_t)에 의존하므로 무상교육과 달리 복수의 균제상태를 가질 수 있고 안정적이지 않은 균제상태도 존재할 수 있다. 여기서 매개변수의 변화에 따른 최적 교육체제와 계층 1의 인구비율의 동학을 정리하면 다음과 같다.

사실 3. 기본 가정과 매개변수를 변화시켰을 계층 1의 인구비율의 동학을 정리하면 다음과 같다. (가) 소득격차가 매우 클 때(19배), 균제상태에서 인구비율은 유일한 값으로 안정적으로 수렴하며 그 상태에서 무상 공교육을 제공하는 것이 최적이다. 이 경우 매개변수가 변화하더라도 안정적인 유일한 균제상태를 갖고 그 상태에서 무상교육이 최적이다. (나) 소득격차가 클 때(9배), 인구비율은 3기간 순환을 취하면서 진동하며 균제상태는 존재하지 않고, 순환 과정에서 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적이다. 이 경우 매개변수가 변화하면 안정적인 한 개의 균제상태를 갖고 그 상태에서 무상교육이 최적일 수 있다. (다) 소득격차가 작을 때(4배), 균제상태에서 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적이고 인구비율은 복수의 균제상태를 갖고 그 중에 안정적이지 못한 것도 있다. 이 경우 매개변수가 변화해도 복수의 균제상태를 갖고 그 상태에서 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적이다. (라) 소득격차가 매우 작을 때(11/9배), 민간이 교육비를 분담하는 것이 최적이며 인구비율은 유일한 값으로 수렴한다.

앞서 본 바와 같이 기본 가정을 변화시켜 다양한 매개변수에 대하여 시뮬레이션을 하면, 소득격차가 클 때(9배)를 제외하고는 균제상태의 특성이 어느 정도 유지된다는 것을 알 수 있다. 소득격차가 클 때(9배) 균제상태의 특성이 크게 변화되는 이유는 다음과 같다. 그 이유는 매개변수의 작은 변화에 대해 균제상태에서 최적 체제가 무상교육과 민간 교육비 분담 사이로 쉽게 전환될 수 있기 때문이다. 즉 기

본 가정에서 소득배수가 9배일 때 구한 3개의 순환 상태(0.7427, 0.7439, 0.7443)는 이때의 최적 정책이 무상교육인 영역 (0.2908, 0.7092) 중 0.7092에 상대적으로 가깝기 때문에, 매개변수 Φ나 γ가 하락할 때 민간 교육비 분담이 최적 정책이 되고, η가 하락하거나 μ_1이 상승할 때 무상교육이 최적 정책이 되는 것처럼 매개변수 변화에 따라 두 정책이 쉽게 전환된다.

Ⅳ. 시사점과 향후 과제

앞서 살펴본 것처럼 민간의 최적 교육비 부담을 결정하는 주요 요인은 두 계층 간 소득격차와 저소득계층의 인구비율이다. 그런데 이 연구의 모형에서 생산기술이 소득격차를 결정한다. 따라서 기술진보의 결과 전문직과 비전문직의 임금 격차가 매우 커진다면 정부는 무상 공교육을 제공하는 것이 최적 정책이 될 수 있다. 반면에 전문직과 비전문직의 임금 격차가 작게 되는 경우 민간이 교육비를 부담하는 것이 최적정책이 될 것이다.

다음으로 인구비율을 보면, 소득격차가 상당히 클 때 외국 인력의 유입 등으로 저소득계층의 인구 비율이 증가하면 민간의 교육비 분담이 최적일 수 있다. 앞서 본 것처럼 각 계층의 사람들이 적정 교육비 부담을 고려할 때 선호하는 자녀수의 차이가 계층 간 작을 때 무상교육은 우월할 수 있다. 그런데 우리의 모형에서 두 계층의 효용함수는 소득에 따라 차이가 있고 이것이 선호하는 자녀수의 차이를 결정한다. 따라서 소득의 분산이 작을 때 선호하는 자녀수의 차이가 적어 무상교육이 우월하고, 그렇지 않은 경우 선호하는 자녀수의 차이가 커져 민간 교육비 분담이 우월하게 된다. 즉 저소득층의 비중이 낮을 때는 정부가 조세로 교육재원을 조달하여 무상교육을 제공하는 것이 최적 정책이다. 하지만 저소득층 비중이 커질 때 무상교육을 제공하면 재정적 수요가 커질 뿐만 아니라 출산율 선택의 왜곡에 따른 사회후생의 감소가 커지므로 무상교육이 최적정책이 될 수 없다.

이 연구의 한계와 향후 과제는 다음과 같다. 첫째, 자녀가 성공할 확률(π_t^i)에서 교육 투자 이외의 성공할 확률에 주는 영향력 상수 μ_i는 부모의 소득수준에만 의존하는데, 고소득계층이 저소득계층보다 높다고 했다. 물론 앞서 본 바와 같이 교육 투자 이외에 성공할 확률에 영향을 주는 요소로 부모에 의한 가정 내 교육과 학교의

교육환경은 소득이 높은 계층일수록 좋을 수 있기 때문에 이러한 가정은 타당하다고 할 수 있다. 하지만 부모의 소득이 자녀가 전문직으로 성공할 확률에 상당한 영향을 주는 것은 사실이지만 사교육 투자나 재능과 같은 것의 영향도 배제할 수는 없다. 모형 안에서 이러한 요소들을 명시적으로 고려하지 않았다는 점이 한계다. 둘째, 기술적 조건에 의해 전문직과 비전문직의 임금이 외생적으로 주어졌다고 가정한 점이 문제다. 물론 기술이 임금 격차를 결정하는 주요 요인이지만 교육 투자를 통한 인적 자본의 축적과 전문직 노동자와 비전문직 노동자의 공급도 그들 사이의 임금 격차에 영향을 줄 수 있다. 따라서 교육투자가 인적 자본 형성에 주는 영향과 노동시장의 수급을 고려하여 모형을 확장할 필요가 있다. 마지막으로, 고소득계층과 저소득계층에게 동일한 소득세율을 부과한다고 가정하고 있는데 일반적인 누진세 구조를 적용한다면 저소득층의 세율이 더 낮거나 소득세 면세에 해당하는 경우도 있을 것이다. 이러한 경우 조세의 소득재분배 기능이 강화되지만 효율성을 감소시키는 다른 왜곡이 발생하기 때문에 민간 교육비 부담, 교육비 공제 등 최적 교육비 정책이 달라질 것이므로 이에 대한 향후 연구도 요구된다.

■ 참 고 문 헌

1. 교육부・한국교육개발연구원, "2014년 OECD 교육지표 조사결과 발표," 교육부・한국교육개발연구원 보도자료, 2014년 9월 9일자, 2014.

   (Translated in English) Ministry of Education (MOE) and Korean Educational Development Institute (KEDI), "Report on OECD Education at a Glance 2014," Press Release of MOE and KEDI, 2014.

2. 김봉주・김승년, "소득분배에 따른 최적 교육체제의 선택,"『한국경제연구』, 제32권 제1호, 2014, pp. 209-245.

   (Translated in English) Kim, Bong-Ju and Seung-Nyeon Kim, "Optimal Education System Based on Income Distribution," *Journal of Korean Economic Studies*, Vol. 32, No. 1, 2014, pp. 209-245.

3. 김인철, "가족경제학적 관점에서 본 한국의 장기출산율,"『경제학연구』, 제62집 제1호, 2014, pp. 5-28.

(Translated in English) Kim, Inchul, "Korea's Long-term Benchmark Fertility Rate from The Perspective of Family Economics," *The Korean Journal of Economic Studies*, Vol. 62, No. 1, 2014, pp. 5-28.

4. 김진영, "대학서열과 임금격차 변화," 『한국직업능력개발원 개원 14주년 기념세미나 자료집』, 2011.

(Translated in English) Kim, Jin-Yeong, "University Rankings and Changes in Wage Differentials," *Proceedings of the Seminar of 14th Anniversary of the Opening of KRIVET*, 2011.

5. 송유진, "한국인의 일상생활 시간변화: 부모의 교육수준에 따른 자녀양육 시간," 『한국인구학』, 제34권 제2호, 2011, pp. 45-64.

(Translated in English) Song, Yoo-Jean, "Changes in Parental Time Spent with Children," *Korea Journal of Population Studies*, Vol. 34, No. 2, 2011, pp. 45-64.

6. 이돈희, 『교육정의론, 수정판』, 교육과학사, 1999.

(Translated in English) Lee, Don-Hee, *A Theory of Educational Justice*, 2nd ed., 1999.

7. 이 영, "수요자가 체감할 수 있도록 장학금 정책 개선해야 - 반값 등록금의 원인과 대책," 『교수신문』, 2012.

(Translated in English) Lee, Young, "Scholarship Policy Should be Improved so That Demanders can Experience - Causes and Measures of Half-price Tuition," *Kyosu Shinmun*, 2012.

8. 통계청, "소득과 자산에 따른 차별 출산력," 통계청 보도자료, 2010.

(Translated in English) Statistics Korea, "Differential Fertility Rates According to Changes in Income and Asset," *Press Release of Statistics Korea*, 2010.

9. 한국직업능력개발원, "『제8회 한국교육고용패널 학술대회』 개최," 한국직업능력개발원 보도자료, 2013년 2월 18일자, 2013.

(Translated in English) KRIVET, "8th Korean Education and Employment Panel Conference," *Press Release of KRIVET*, 2013.

10. Acemoglu, D., *Introduction to Mordern Economic Growth*, Princeton University Press, 2009.

11. Becker, G. S. and Robert J. Barro, "A Reformulation of the Economic Theory of Fertility," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, No. 1, 1988, pp. 1-25.

12. De La Croix, D. and Matthias Doepke, "Inequality and Growth: Why Differential Fertility Matters," *American Economic Review*, Vol. 93, No. 4, 2003, pp. 1091-1113.

13. ____________________, "To Segregate or to Integrate: Education Politics and Democracy," *The Review of Economic Studies*, Vol. 76, No. 2, 2009, pp. 597-628.

14. De la Croix, D., *Fertility, Education, Growth, and Sustainability*, Cambridge University Press. 2013.

15. Kremer, M. and D. Chen, "Income-Distribution Dynamics with Endogenous Fertility," *The American Economic Review*, Vol. 89, No. 2, 1999, pp. 155-160.

16. Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995, p. 962.

〈부록 1〉 정리 2의 증명

주어진 시점에서 (10)의 최적화 문제를 해결하기 위해 정부가 선택하는 두 개의 정책변수인 교육비 부담(d_t)과 세율(v_t)을 보면, 다음과 같은 3가지 유형을 고려할 수 있다.

〔유형 1〕 $d_t = 0$, $v_t > 0$(무상교육) ; 〔유형 2〕 $d_t > 0$, $v_t > 0$(민간교육비 분담) ; 〔유형 3〕 $d_t > 0$, $v_t = 0$(민간교육비 전액 부담)

각 유형에 대해 최대화의 필요조건인 KKT 조건을 보면 다음과 같다. 소득배수에 따른 최적해의 변화를 보기 위해 $x_2 := x_1(1+\delta)$로 한다. 단, $(1+\delta)$는 고소득층의 소득배수로 $\delta > 0$이다.

〔유형 1〕의 경우 $\partial W_t(0, v_t^*)/\partial d_t \le 0$, $\partial W_t(0, v_t^*)/\partial v_t = 0$이다.

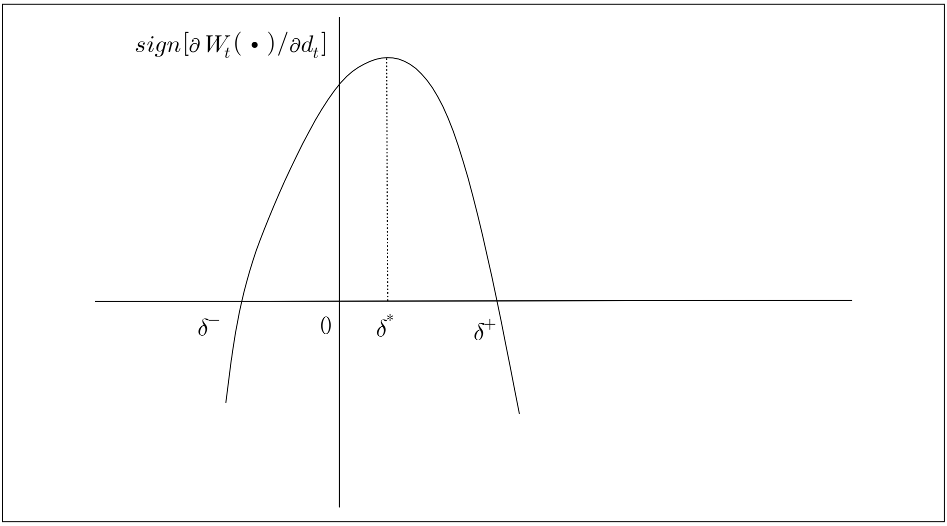
$\partial W_t(0, v_t^*)/\partial v_t = 0$에서 $v_t^* = \gamma\eta/(1+\gamma\eta)$임을 알 수 있고, 이를 $\partial W_t(0, v_t^*)/\partial d_t$에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \partial W_t(0, v_t^*)/\partial d_t = \gamma(1+\gamma\eta)[&-p_t(1-p_t)(1-\eta)\delta^2 \\ &+ (1+\gamma)\eta\delta + (1+\gamma)\eta]/E, \end{aligned} \tag{A1}$$
단 $E := x_1(1+\delta)[1+(1-p_t)\delta]\Phi$.

따라서 (A1)식의 부호는 다음과 같다.

$sign[\partial W(0, v_t^*)/\partial d_t] = sign[-p_t(1-p_t)(1-\eta)\delta^2 + (1+\gamma)\eta\delta + (1+\gamma)\eta]$이다. 여기서 δ에 대한 2차 항이 음수이고 $\delta = 0$일 때 $(1+\gamma)\eta > 0$이다.

〈Figure A1〉 The Graph of $sign[\partial W_t(0,v_t^*)/\partial d_t]$ against δ



또한 최대값은 δ가 $\delta^* = (1+\gamma)\eta/[2p(1-p)(1-\eta)]$에서 갖고, 두 개의 근 중에 큰 쪽을 δ^+라 하고 작은 쪽을 δ^-라 하면 $\delta^+\delta^- = -(1+\gamma)\eta/[p_t(1-\eta)(1-p_t)] < 0$임을 알 수 있다. 따라서 두 개의 근은 서로 다른 부호를 갖는다는 것을 알 수 있다. 〈Figure A1〉은 δ에 대한 2차 함수를 나타낸 것이다. 여기서 δ가 다음의 δ^+보다 큰 값을 가질 때, $\partial W_t(0,v_t^*)/\partial d_t$가 음수임을 알 수 있다.

$$\delta^+ = [\eta(1+\gamma)+\sqrt{\eta(1+\gamma)(4p_t(1-p_t)(1-\eta)+\eta(1+\gamma))}]/[2p_t(1-p_t)(1-\eta)]. \quad \text{(A2)}$$

그러므로 정부가 민간에게 교육비를 분담시킬 수 있는 경우, 무상교육이 최적이라면 고소득층과 저소득층 간의 소득격차가 δ^+보다 클 때임을 알 수 있다.

〔유형 3〕의 경우 $\partial W_t(d_t,0)/\partial d_t = 0$이고, $\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t \le 0$이다.

$\partial W_t(d_t,0)/\partial d_t = 0$에서 다음의 조건을 얻는다.

$$-(1-\eta)d_t^2 + x_1[(2+\delta)\eta-(1+p_t\delta)]\Phi d_t + x_1^2(1+\delta)\eta\Phi^2 = 0. \quad \text{(A3)}$$

여기서 다음의 관계를 얻는다.

$$d_t^2 = [x_1[(2+\delta)\eta - (1+p_t\delta)]\Phi d_t + x_1^2(1+\delta)\eta\Phi^2]/(1-\eta). \tag{A4}$$

그런데 $\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t \le 0$라는 조건의 우변의 부호, 즉 $sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t]$은 식이 복잡해서 여기서는 나타내지 않지만 d_t의 4차 함수이다. 그런데 (A4)에 의해 d_t^2을 d_t의 함수로 나타낼 수 있고, 마찬가지로 d_t^3도 $d_t^2 d_t$이므로 (A4)를 두 번 이용하여 d_t의 함수로 표현할 수 있으며, d_t^4은 $d_t^2 d_t^2$이므로 비슷한 방법으로 그렇게 할 수 있다. 이러한 대수적 치환을 통해 $sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t]$는 다음과 같이 d_t의 함수로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t] = sign[\delta^2[d_t[(\eta - p_t)(1-p_t)\delta^2 + 2(1-p_t)\eta\delta + \eta] \\ + x_1(1+\delta)[1+(1-p_t)\delta]\eta\Phi]]. \end{aligned} \tag{A5}$$

(A5)에서 $\delta = 0$이면, $sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t] = 0$임을 알 수 있다.

$\delta > 0$인 경우를 보자. 대괄호 안의 식에 의하여 (A5)식의 부호가 결정되는데, 그것의 두 번째 항은 양수이고 $d_t > 0$이므로 그 기울기인 $[(\eta - p_t)(1-p_t)\delta^2 + 2(1-p_t)\eta\delta + \eta]$가 양수이면 $sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t]$는 양수가 된다. 그렇다면 $\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t \le 0$일 수 없다. 따라서 두 계층 간의 소득 격차가 있을 때, 즉 $\delta > 0$일 때 민간이 교육비를 전액 부담하는 것은 발생하지 않는다.

d_t의 기울기가 양수임을 보이자. 주어진 식을 p_t에 대하여 내림차순으로 정리하면 다음과 같은 p_t에 대한 2차 함수를 얻는다.

$$\delta^2 p_t^2 - \delta(\delta + 2\eta + \delta\eta)p_t + (1+\delta)^2\eta. \tag{A6}$$

그런데 $\delta^2 > 0$이므로 p에 대한 판별식(D_p)이 양수이면, (A6)식은 모든 p_t에 대해 양수이다.

$$D_p = (1+\eta+\eta^2)\delta^2 + 2\eta(1+2\eta)\delta - \eta(1-4\eta). \tag{A7}$$

위의 판별식은 δ에 대한 2차 함수이고 $(1+\eta+\eta^2)>0$이므로, δ에 대한 판별식 (D_δ)이 양수이면 (A7) 식은 모든 δ에 대해 양수이다.

$D_\delta=\eta(1-\eta)^2>0$임을 알 수 있다. 그러므로 (A6) 식도 모든 δ에 대해 양수이다. 따라서 $sign[\partial W_t(d_t,0)/\partial v_t]$은 양수가 된다.

위의 무상교육이 실시될 때 최적 세율을 v_t^*라 하면, $\partial W_t(0,v_t^*)/\partial v_t=0$에서 $v_t^*=\gamma\eta/(1+\gamma\eta)$임을 알 수 있다. 반면에 민간이 교육비를 전액 부담하는 경우에 $v_t=0$이므로 정부는 d_t를 선택하여 사회후생을 최대화한다. 이때 민간의 교육비 부담을 구하면 다음과 같다. $\partial W_t(d_t,0)/\partial d_t=0$의 조건, 즉 d_t에 대한 2차 방정식인 (A3)에서 양의 근을 구하면 된다. 두 개의 근을 α와 β라 하면 $\alpha\beta=-x_1^2(1+\delta)\eta\Phi^2/(1-\eta)<0$임을 알 수 있다. 따라서 두 개의 근은 서로 다른 부호를 갖고 그 중에 큰 쪽, 즉 양수의 근 d_t^*는 다음과 같음을 쉽게 알 수 있다.

$$d_t^*=[B+\sqrt{B^2+4(1-\eta)x_1^2(1+\delta)\eta\Phi^2}]/2(1-\eta),$$
$$\text{단 } B:=x_1[(2+\delta)\eta-(1+p\delta)]\Phi. \qquad \blacksquare$$

〈부 록 2〉 사회후생함수의 상부 등위집합의 볼록성

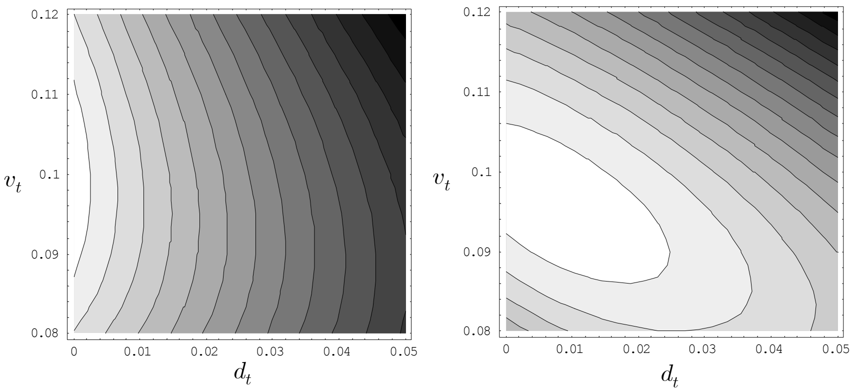
이 논문의 수치분석에서 얻은 최적해 근방에서 살펴본 사회후생함수의 상부 등위집합(upper contour set)이 볼록(convex)하다는 것을 다음의 예에서 살펴보자.

첫째, $x_1=1$, $x_2=19$, $p_t=0.5$일 때 $d_t=0$이고 $v_t=0.099$가 사회후생을 최대화하는 해이다. 〈Figure A2〉의 좌측 그림(L)은 이 점의 근방에서 등위곡선과 상부 등위집합을 나타내는데, 옅은 색으로 표시한 영역일수록 더 높은 값을 갖는다. 여기서 최적해 근방에서 사회후생함수의 상부 등위집합이 볼록하다는 것을 확인할 수 있다.

둘째, $x_1=2$, $x_2=18$일 때 규제상태인 $p_t=0.7427$에서 $d_t=0.007$이고 $v_t=0.096$가 사회후생을 최대화하는 해이다. 다음의 〈Figure A2〉의 우측 그림(R)은 이 점의 근방에서 등위곡선과 상부 등위집합을 나타내는데, 최적해 근방에서 사회후생함수의 상부 등위집합이 볼록하다는 것을 또한 확인할 수 있다.

〈Figure A2〉 Upper Contour Sets of W_t

(L) $x_1=1$, $x_2=19$, and $p_t=0.5$ (R) $x_1=2$, $x_2=18$, and $p_t=0.7427$ (steady state)



Note: The shading is darker at low values and lighter at high values.

Optimal Funding Policy for Public Education and Choice of Fertility*

Bong-Ju Kim**

Abstract

This paper examines funding policies for education in a model with skilled and unskilled workers. We investigate how changes in the income gap between them affect optimal financing. The results are as follows: First, for a very large income gap, pure public financing is optimal in a unique steady-state. Second, for a large income gap, we find out a case in which no steady-state exists and partial private financing is optimal. Third, for a small income gap, partial private financing is optimal in multiple steady-states. Finally, for a very small income gap, partial private financing is optimal in a unique steady-state. The reason for these results is that pure public financing improves equity but causes inefficient fertility choice. Thus, from this trade-off between equity and efficiency, pure public financing is optimal when inequality is very high.

Key Words: optimal funding policy, public education, fertility choice, income gap(ratio)
JEL Classification: D3, D5, D9, J2

Received: Feb. 16, 2015. Revised: Aug. 10, 2015. Accepted: Sept. 23, 2015.

* I am grateful to the two anonymous referees, the advisor, and Dr. Kyung Mo Song for their continuous encouragement and insightful comments that led to significant improvements of this paper. The views expressed here are those of the author and do not represent the views of National Assembly Research Service.

** Director, National Assembly Research Service, 1 Uisadang-ro, Youngdeungpo-gu, Seoul 07233, South Korea, Phone: +82-2-788-4590, e-mail: kbongju@gmail.com